2006 г. Том 9, № 2

Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 621.317.7.089

Проведение экологической экспертизы сложной электромагнитной обстановки с использованием методов решения некорректно поставленных задач

Р.Т. Каюмов, Ю.Е. Седельников

Задача заключается в получении интегральной оценки сложной электромагнитной обстановки для экологической экспертизы по результатам измерений широкополосными интегральными измерителями с использованием реконструктивных методов улучшения метрологических характеристик интегральных измерителей. Рассматриваются различные методы получения интегральной оценки для случаев, когда задача определения интегральной оценки в реконструктивном методе является некорректной.

При классификации систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) будем использовать введенное А.Н. Тихоновым определение корректно поставленных задач: «Задача определения решения $[X]$ из пространства F по исходным данным $[Y]$ из пространства S называется корректно поставленной на паре метрических пространств (F,S) если удовлетворяются условия:

1) для всякого элемента $y \in Y$ существует решение x из пространства F;

2) решение определяется однозначно;

3) задача устойчива на пространстве (F,S)» [1].

В классической теории некорректных задач при решении подобных задач с использованием априорной информации о свойствах искомого решения и помех во входных данных, принимается стратегия использования минимальных объемов априорной информации. То есть, используется только та априорная информация, которая обеспечивает факт регулярности предлагаемых методов при снижении интенсивности помех до нуля. При этом основные разрабатываемые методы относятся к бесконечномерным задачам и распространяются без всяких изменений на конечномерные задачи.

В рамках классической теории некорректных задач рассмотрим три группы:

1) переопределенные СЛАУ $(K > N)$;

2) недоопределенные СЛАУ $(K < N)$;

3) неустойчивые СЛАУ $(K \geq N)$.

На практике может возникнуть необходимость в проведении дополнительных измерений, но чаще возникают случаи отсутствия необходимого количества преобразователей с требуемыми частотными характеристиками. И тот, и другой случай приводят к преобразованию квадратной матрицы $[A]$ в прямоугольную kxn.

Лежандр и Гаусс при восстановлении траекторий комет столкнулись с проблемой решения переопределенных систем, а именно, нахождения коэффициентов вектор матрицы $[X]$ при неточно известных коэффициентах a_{ij} и y_i. В традиционном смысле задача неразрешима, идея Лежандра (1806) и Гаусса (1809) состояла в определении коэффициентов вектора $[X]$ по методу наименьших квадратов как такое, которое минимизирует сумму квадратов отклонений всех измерений.

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{N}(a_{i1}x_1^1 + a_{21}x_2^1 + \ldots + a_{N1}x_N^1 - y_i)^2 = \\ &= \min \sum_{i=1}^{N}(a_{i1}x_1 + a_{21}x_2 + \ldots + a_{N1}x_N - y_i)^2\end{aligned} \qquad (1)$$

где x_j' — нормальное решение системы (по методу наименьших квадратов); a_{ij} — коэффициенты матрицы $[A]$; y_i — элементы вектора $[A]$.

Для получения нормального решения в основном используют соотношение

$$[A]^T[A][X] = [A]^T[Y], \qquad (2)$$

где $[A]^T$ — транспонированная матрица $[A]$, из которой находиться нормальное решение, удовлетворяющее формуле (1)

Р.Т. Каюмов, Ю.Е. Седельников

г. Казань, Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева

$$[X] = ([A]^T[A])^{-1}[A]^T[Y]. \qquad (3)$$

В данной задаче точность решения складывается из двух параметров: точности задания матрицы $[A]$ (δ_x) и точности измеренных значений (δ_y), которые определяются в основном погрешностью определения коэффициентов преобразования.

На основе описанной математической базы можно решать задачи восстановления энергетических параметров ЭМП. В связи с тем, что данные выкладки позволяют находить приближенные решения, для оценки лучше использовать интегральную оценку энергетических параметров ЭМП в диапазоне частот используемого преобразователя.

Наибольший интерес представляет случаи, когда число источников превышает число преобразователей, что соответствует не доопределенной системе линейных алгебраических уравнений $(K < N)$. Заметим, что системы такого вида имеют бесконечное число решений. Для решения подобных уравнений Ф.Р. Гантмахер [2] вводит понятие «псевдообратная» матрица, получаемое при использовании скелетного разложения kxn матрицы $[A]$ на матрицы $[B]$ и $[C]$, имеющие размеры kxr rxn (r — соответствует рангу матрицы $[A]$),

$$[A] = [B][C] \qquad (4)$$

и получаемое из выражения:

$$[A]^+ = [C]^T([C][C]^T)^{-1}([B]^T[B])^{-1}[B]^T, \qquad (5)$$

где $[A]^+$ — псевдообратная матрица; $[B]^T$, $[C]^T$ — транспонированная матрица $[B]$ и $[C]$; $([B]^T[B])^{-1}$, $([C][C]^T)^{-1}$ — матрица обратная произведению матриц $[B]^T[B]$ и $[C][C]^T$.

Нормальное решение в этом случае, как и в случае переопределенных СЛАУ, выбирается по методу наименьших квадратов (1), т.е. из множества векторов $[X]$, соответствующих решению системы, в качестве нормального выбирается вектор, имеющий наименьшую длину [2]:

$$|X|^2 = X^T X = \sum_{j=1}^{N} (x_j)^2 \to \min. \qquad (6)$$

Найденное решение есть ничто иное, как нижняя граница интегральной оценки энергетического параметра ЭМП. Из определения нормального решения следует, что выбираемое решение не всегда соответствует требуемому решению. Это накладывает некоторые ограничения на решения СЛАУ.

В соответствии с СанПиН2.2.4./2.1.8.055-96 [3] для контроля уровней ЭМП необходима информация о среднеквадратическом значении энергетических параметров ЭМП в строго определенном диапазоне частот, которую можно получить, применяя описанную методику решения недоопределенных СЛАУ [2].

Если регламентируемый стандартами частотный диапазон с известным предельно-допустимым уровнем излучения перекрывает частотные диапазоны двух преобразователей, то искомое решение является нижней границей интегральной оценки для этого диапазона частот. Если же частотные характеристики преобразователей соответствуют разным регламентируемым частотным диапазонам, то интегральная оценка для первого и второго диапазона частот определяется как

$$E_{инт1} = \sqrt{\sum_{j=1}^{k} x_j}$$
$$и$$
$$E_{инт2} = \sqrt{\sum_{j=k+1}^{N} x_j} \qquad (7)$$

где первому диапазону соответствует k источников, а остальные – второму.

Для определения интегральной оценки энергетического параметра ЭМП в строго определенном диапазоне частот можно использовать метод линейного программирования. В этом случае задача сводится к получению достоверной оценки по результатам измерений энергетических параметров ЭМП приборами серии П3. Для этого необходимо оперировать информацией о диапазоне возможного нахождения решения СЛАУ. Нижняя граница решения $x''_{\min}$ будет соответствовать минимально возможному значению интегральной оценки энергетических параметров ЭМП, а $x''_{\max}$ — максимально-возможной величине. Если искомый вектор $[X]$ соответствует диапазону $x''_{\min}...x''_{\max}$ и выполняется условие

$$\frac{x''_{\max} - x''_{\min}}{x''_{\max}} \le 0.3, \qquad (8)$$

то полученная интегральная оценка напряжённости электрического поля соответствует требованиям, предъявляемым для оценки ЭМО, и используется в качестве критерия на предмет соответствия ЭМО. Критерий регламентируется стандартами [3]:

1. $x''_{\min} > PDU$ – не соответствует регламентируемым требованиям (где PDU — предельно-допустимый уровень);

2. $x''_{\max} < PDU$ – соответствует регламентируемым требованиям;

3. $x''_{\min} < PDU < x''_{\max}$ – неопределенность.

Применительно к третьему случаю необходимо использовать методы спектрального анализа, позволяющие дополнительно получить апостериорную информацию о действующих частотах.

Рассмотренный ранее метод нахождения нормального решения с использованием псевдообратной матрицы позволял находить только нижнюю границу. Итеративные и конечные методы линейного программирования, подробно описанные в научной литературе [4], [5], [6], позволяют находить решения минимизирующее или максимизирующее заданную форму. Итеративные методы представляют последовательности однообразных по процедуре выполнения итераций, приводящих в пределе к оптимальному плану задачи [4]. Качество решения при этом определяется числом проведенных итераций. Конечные методы: последовательного улучшения плана, последовательного уточнения оценок и последовательного сокращения невязок обеспечивают решение за конечное число итераций. У каждого из методов есть свои достоинства и недостатки. Применительно к задаче получения интегральной оценки могут быть использованы любые из рассматриваемых симплекс-методов. Важной особенностью нахождения приближенного решения симплекс-методом является закладываемое условие — решение должно быть положительным.

Таким образом, согласно реконструктивному методу [7, 8], необходимо проводить измерение с помощью имеющихся K — преобразователей, в результате чего получим систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} E_1^2 + E_2^2\,\dfrac{K_1^2(f_2)}{K_1^2(f_1)} + \cdots + E_N^2\,\dfrac{K_1^2(f_N)}{K_1^2(f_1)} = \dfrac{U_1^2}{K_1^2(f_1)} = E^2_{1изм}, \\ E_1^2\,\dfrac{K_2^2(f_1)}{K_2^2(f_2)} + E_2^2 + \cdots + E_N^2\,\dfrac{K_2^2(f_N)}{K_2^2(f_2)} = \dfrac{U_2^2}{K_2^2(f_2)} = E^2_{2изм}, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ E_1^2\,\dfrac{K_K^2(f_1)}{K_K^2(f_K)} + E_2^2\,\dfrac{K_K^2(f_2)}{K_K^2(f_K)} + \cdots + E_N^2\,\dfrac{K_K^2(f_N)}{K_K^2(f_K)} = \dfrac{U_K^2}{K_K^2(f_K)} = E^2_{Kизм}, \end{cases} \quad (9)$$

где E_N — напряженность электрического поля N-го источника излучения; $K_N(f_N)$ — коэффициент преобразования K-го преобразователя; f_N — частота излучения N-го источника; U_K — напряжение на выходе K-го преобразователя; $E_{Kизм}$ — напряженность электрического поля полученная при измерении K-ым преобразователем. Уравнения (9) являются ограничениями задаваемой формы F

$$F = \sum_j c_j x_j\,, \quad (10)$$

где c_j — коэффициенты определяются ПДУ регламентируемыми СанПиН2.2.4./2.1.8.055-96; x_i — решение системы, минимизирующее (максимизирующее) заданную форму F.

Заданная форма сама может служить в качестве критерия для оценки ЭМО. К примеру, исследуя ЭМП, создаваемое N источниками, в соответствии с предлагаемым реконструктивным методом построим СЛАУ вида (9) и зададимся формой (10), где коэффициенты $c_j = 1/ПДУ_j$. Отыскивая решения максимизирующее форму (10) находим $F_{\max}$, а минимизирующее форму — $F_{\min}$. При этом возможны три случая:

1. $F_{\min} > 1$ – ЭМО не соответствует регламентируемым требованиям;

2. $F_{\max} < 1$ – ЭМО соответствует регламентируемым требованиям;

3. $F_{\min} < PDU < F_{\max}$ – неопределенность, для этого случая рекомендуется использовать методы спектрального анализа, позволяющие получить дополнительную информацию.

Наличие ошибок при определении коэффициентов преобразования $K(f)$ приводит к некоторому расширению диапазона возможного нахождения решения, следовательно, и диапазона $F_{\min} \div F_{\max}$.

Продемонстрируем физический смысл метода линейного программирования на рассмотренной ранее математической модели. Пусть имеются три источника излучения, причем рабочие частоты двух источников соответствуют IV частотному диапазону (рис. 1): $f_1 = 50.32\ MHz$, $f_2 = 196.25\ MHz$, а рабочая частота третьего источника V частотному диапазону ($f_3 = 58.34\ MHz$).

Поправочные коэффициенты с учетом ошибок оператора, которые не превышают 10% применительно к рассматриваемой модели (АЧХ преобразователей описываются характеристиками одноконтурных фильтров), будут соответствовать

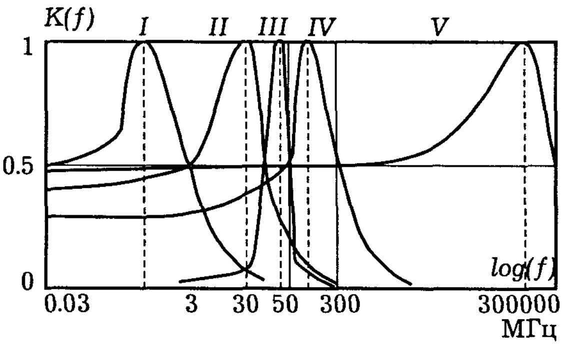


Рис. 1. Частотные характеристики имитационной модели

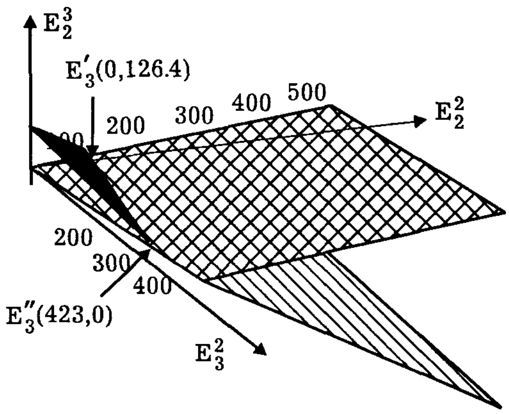


Рис. 2. Геометрическая интерпретация решения системы уравнений

значениям $a_{11} = 0.26, a_{12} = 0.87$, $a_{13} = 2\cdot 10^{-6}, a_{13} = 0.58$, $a_{32} = 0.45, a_{31} = 0.92$. Измеренное интегральное значение напряженности электрического поля в каждом из диапазонов (так же с учетом ошибок оператора не превышающих 10%) соответствуют: $E^{IV} = 10.5 В/м$, $E^{V} = 15.75 В/м$ (истинное значение напряженности электрического поля возбуждаемое источниками в точке наблюдения равны: $E_1 = E_2 = E_3 = 10 В/м$).

Напряженность электрического поля определяется из решения СЛАУ, которое имеет большое число сочетаний E_1, E_2, E_3.

$$\begin{cases} 0.26E_1^2 + 0.87E_2^2 + 2\cdot 10^{-6}E_3^2 = 110.25, \\ 0.58E_1^2 + 0.45E_2^2 + 0.92E_3^2 = 248, \end{cases} \qquad (11)$$

где E_1, E_2, E_3 — напряженность электрического поля возбуждаемая первым, вторым и третьим источниками, соответственно в точке измерения. Выражая один из параметров через два других, получим две функции, представляющих собой две плоскости (рис. 2), пересечение которых является решением СЛАУ

$$\begin{cases} E_3^2 = (110.25 - 0.87E_2^2 - 0.26E_1^2)/2\cdot 10^{-6} \\ E_3^2 = (248 - 0.58E_1^2 + 0.45E_2^2)/0.92. \end{cases} \qquad (12)$$

Линия пересечения плоскостей является множеством решений СЛАУ, соответствующих вещественной положительной области, относительно переменной E_3^2. В качестве решения выбирается точка с координатами (E_1^2, E_2^2 $, E_3^2$), соответствующая минимуму (максимуму) задаваемой формы F.

Следовательно, если $F = E_3$, минимум достигает в точке E'_3, а максимум — в точке E''_3, то нижней границей диапазона возможного нахождения решения СЛАУ будет комбинация E_1^2, E_2^2 $, E_3^2$, соответствующая координатам точки E'_3.

Таким образом, реконструктивные методы улучшения метрологических характеристик интегральных измерителей для задач экологического мониторинга эффективны даже в случаях, когда задача определения интегральной оценки в реконструктивном методе является «некорректно» поставленной.

Литература

1. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1986. — 288 с.
2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. — М.: Наука, 1967. — 576 с.
3. Электромагнитные излучения радиочастотного диапазона (ЭМИ РЧ). СанПиН 2.24/2.1.8.055-96. — М.: Госкомсанэпиднадзор России, 1993.
4. Юдин Д.Б., Гольдштейн Е.Г. Задачи и методы линейного программирования. — М.: Сов. радио, 1964. — 736 с.
5. Карпелевич Ф.И., Садовский Л.Е. Элементы линейной алгебры и линейного программирования. — М.: Наука, 1978. — 312 с.

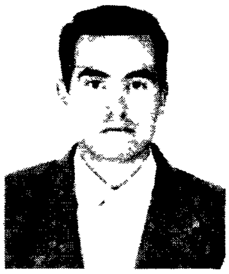
6.Гольдштейн Е.Г., Юдин Д.Б. Новые направления в линейном программировании. — М.: Сов. радио, 1966. — 324 с.

7. Седельников Ю.Е., Каюмов Р.Т. К вопросу повышения точности широкополосных интегральных измерителей напряженности поля // Деп. в ВИНИТИ 19.01.00. № 90. — В00 КГТУ. — 2000. — 13 с.
8. Патент 2164028 РФ МКИ G01 R 21/08. Способ измерения напряжённости электромагнитного поля/ Ю.Е. Седельников, Р.Т. Каюмов. — № 99111937/09(012304).

Carrying Out Ecological Examination of Complex Electromagnetic Conditions with the Use of in Correct Decision Methods of the Problem Formulation

R.T. Kaumov, Yu.E. Sedelnikov

The problem consists in obtaining an integrated estimation of complex electromagnetic conditions for ecological examination by results of measurements by broadband integrated measuring instruments with the use of reconstructive methods the improvement of metrological characteristics of integrated measuring instruments. Various methods for obtaining an integrated estimation for the cases when the definition problem of an integrated estimation in a reconstructive method is incorrect are considered.



Каюмов Ринат Талгатович. Кандидат технических наук, доцент кафедры радиоэлектронных и телекоммуникационных систем Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева. Область научных интересов — антенны систем связи, математическое моделирование.

Седельников Юрий Евгеньевич. Заслуженный деятель науки и техники республики Татарстан, профессор, доктор технических наук. Область научных интересов — антенны и техника СВЧ, электромагнитная совместимость радиоэлектронных средств.