

Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 621.396.674.37(1)

**Электродинамический анализ электромагнитного поля
в ближней зоне кольцевой полосковой антенны**

В.А. Неганов, Н.М. Святкин, Д.П. Табаков

В работе описан самосогласованный метод расчета электромагнитного поля (ЭМП) в ближней зоне кольцевой полосковой антенны в приближении малой ширины токопроводящей полоски, основанный на сингулярных интегральных представлениях (СИП) ЭМП. Показано, что корректная постановка задачи и использование СИП устраняет разрыв между полем в ближней зоне и током на поверхности антенны. На поверхности антенны СИП переходят в сингулярные интегральные уравнения (СИУ) относительно неизвестной поверхностной плотности тока, имеющие устойчивые решения. Приведены результаты численных расчетов: распределения поверхностной плотности тока, зависимости входного сопротивления от нормированного к длине волны радиуса антенны, распределения ЭМП в ближней зоне антенны. Выявлены ограничения физической точности результатов для данной физической и математической моделей антенны.

Введение

Кольцевая полосковая антенна представляет собой разновидность рамочной антенны, нашедшей самое широкое применение в системах сотовой связи, телевидении, радиовещании и т.д. Теоретическому исследованию таких антенн посвящено достаточно большое количество научных работ. Однако расчеты характеристик антенн, как правило, основывались на различных приближениях и допущениях. Например, в [1] анализ рамочной антенны проводился с учетом равномерного распределения тока. В [2,3] использовалось квазистатическое приближение для проводника малого поперечного сечения. В [4] применялась теория длинных линий. Характерной особенностью большинства работ является использование несамосогласованного подхода к расчету ЭМП: поле излучения рамочной антенны определяется по заданному (не найденному) из каких-то физических соображений распределению тока по проводнику. Такой подход может быть оправданным при выполнении ряда условий лишь для излучателей малых размеров. В общем случае необходимо найти распределение тока по антенне при заданной стороне ЭДС. В [5] рассмотрена зада-

ча о распределении тока в рамочной антенне, находящейся в анизотропной плазме и представляющей собой узкую ленту, свернутую в кольцо. Исходя из уравнений Максвелла, задача была сведена к системе сингулярных интегральных уравнений (СИУ) с ядрами, имеющими логарифмические особенности и особенности типа Коши. Получены приближенные выражения для распределения тока и входного сопротивления антенны. К сожалению, в [5] отсутствуют численные результаты. В [6-8] методом СИУ [9] анализировались распределения тока по проводнику при различных радиусах рамки, а также построены зависимости входного сопротивления антенны от нормированного (к длине волны) радиуса рамки.

В настоящей работе на основе метода, описанного в [10,11], проводится электродинамический анализ ЭМП в ближней зоне кольцевой полосковой антенны. Актуальность работы определяется, прежде всего, тем обстоятельством, что общепринятый подход [12] к расчету поля в ближней зоне антенн является несамосогласованным: существует разрыв между электромагнитным полем (поверхностным током) на поверхности излучения и электромагнитным полем вблизи этой поверхности [13]. Это обстоятельство послужило одной из причин сделать вывод о «неправильности» уравнений Максвелла [14]. Описанный в работе подход позволяет устранить разрыв между

В.А. Неганов, Н.М. Святкин, Д.П. Табаков

г. Самара, Поволжская государственная академия телекоммуникаций и информатики

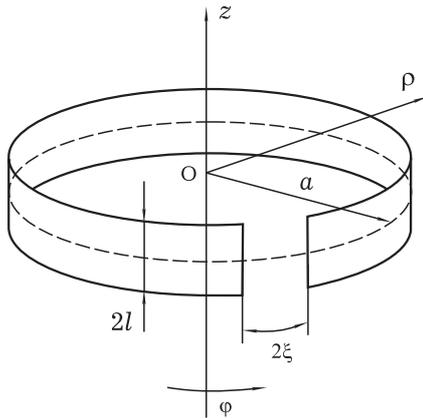


Рис. 1. Кольцевая полосковая антенна

поверхностным током на кольцевой полосковой антенне и электромагнитным полем вблизи антенны.

1. Постановка задачи. Физическая и математическая модели антенны

Кольцевая полосковая антенна представляет собой узкий идеально проводящий ленточный проводник шириной $2l$, свернутый в кольцо радиуса a (рис. 1). К области разрыва приложена гармоническая во времени ЭДС. Под воздействием стороннего поля в разрыве в проводнике возникает поверхностная плотность электрического тока, который распределяется по его поверхности таким образом, что создаваемое им ЭМП удовлетворяет уравнениям Максвелла в свободном пространстве, граничным условиям на поверхности проводника и условию излучения на бесконечности. Для анализа вводятся следующие упрощения. Проводник, образующий кольцо, предполагается достаточно узким ($2l \ll a$, $2l \ll \lambda_0$, где λ_0 — длина волны в свободном пространстве), поэтому будем учитывать только продольную составляющую поверхностной плотности тока $\eta_\varphi(\varphi, z)$. Зазор также считается узким ($2\xi \ll 2\pi a$), а продольная составляющая $\eta_\varphi(\varphi, z)$ непрерывна в области зазора.

Известно [12], что полный анализ таких структур включает в себя две электродинамические задачи — внешнюю (о распределении электромагнитного поля) и внутреннюю (о распределении поверхностной плотности тока). Вначале решается внутренняя задача анализа: находится распределение поверхностной плотности тока по поверхности металлического проводника, а за-

тем ищется электромагнитное поле в ближней зоне антенны.

В рамках принятой физической модели напряженности электромагнитного поля \vec{E} и \vec{H} выражаются через векторный электродинамический потенциал для электрического тока $\vec{A} = \vec{\rho}_0 A_\rho + \vec{\varphi}_0 A_\varphi$ ($A_z = 0$, $\vec{\rho}_0$, $\vec{\varphi}_0$ — орты цилиндрической системы координат) следующим образом:

$$\vec{E} = \frac{W_c}{ik} (k^2 \vec{A} + \text{grad div } \vec{A}), \quad (1)$$

$$\vec{H} = \text{rot } \vec{A},$$

где W_c — характеристическое сопротивление, k — волновое число среды, в которой находится излучатель. Составляющие вектора \vec{A} определяются через составляющие объемной плотности тока $j_\varphi(\vec{q})$ на антенне [15]:

$$A_\rho(\vec{p}) = \int_V j_\varphi(\vec{q}) \sin(\varphi - \varphi') G(\vec{p}, \vec{q}) dV', \quad (2)$$

$$A_\varphi(\vec{p}) = \int_V j_\varphi(\vec{q}) \cos(\varphi - \varphi') G(\vec{p}, \vec{q}) dV',$$

где \vec{p} — точка наблюдения, \vec{q} — точка источника, $G(\vec{p}, \vec{q})$ — функция Грина. Обычно при определении ЭМП используется функция Грина в следующем виде:

$$G(\vec{p}, \vec{q}) = \frac{1}{4\pi R} \exp(-ikR), \quad (3)$$

где R — расстояние между точками \vec{p} и \vec{q} . Однако в этом случае постановка задачи расчета ЭМП в ближней зоне является несамосогласованной [11,13]. В работе будем исходить из другого представления функции Грина [15]:

$$G(\rho, \varphi, z, \rho', \varphi', z') = \frac{1}{8\pi i} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-in(\varphi - \varphi')} \times \int_{h=-\infty}^{\infty} e^{-ih(z-z')} g_n(h, \rho, \rho') dh, \quad (4)$$

где

$$g_n(h, \rho, \rho') = \begin{cases} H_n^{(2)}(v\rho') J_n(v\rho), & \rho < \rho'; \\ H_n^{(2)}(v\rho) J_n(v\rho'), & \rho > \rho'. \end{cases} \quad (5)$$

В (5) $v = -i\sqrt{h^2 - k^2}$, $H_n^{(2)}(x)$ — функция Ханкеля второго рода порядка n , $J_n(x)$ — функция Бесселя первого рода порядка n . Для выполнения условия излучения на бесконечности необходимо положить (при зависимости от времени в виде $\{\exp(i\omega t)\}$) $\text{Im}(v) < 0$, $\text{Re}(\sqrt{h^2 - k^2}) > 0$. Нетрудно показать, что функция Грина (4) на поверхности проводника $\rho = a$ обладает логарифмической особенностью, и в этом случае постановка задачи является самосогласованной [10,11,13].

2. Сингулярное интегральное представление ЭМП

Запишем ЭМП в виде рядов Фурье по координате φ :

$$\begin{aligned}\vec{E}(\rho, \varphi, z) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \vec{e}_m(\rho, z) e^{-im\varphi}, \\ \vec{H}(\rho, \varphi, z) &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \vec{h}_m(\rho, z) e^{-im\varphi}.\end{aligned}\quad (6)$$

Аналогично записывается и разложение для составляющей поверхностной плотности тока по проводнику:

$$\eta_\varphi(\varphi, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \eta_m(z) e^{-im\varphi}. \quad (7)$$

Азимутальные гармоники (7) удобно представить в виде разложений по нормированной координате $t = z/l$:

$$\eta_m(t) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{A_p^{(m)} T_p(t)}{\sqrt{1-t^2}}, \quad (m = \overline{0, \pm\infty}), \quad (8)$$

где $T_p(t)$ — полином Чебышева первого рода порядка p , $A_p^{(m)}$ — неизвестные постоянные, подлежащие определению. Заметим, что (8) использовалось в [8] при решении СИУ относительно неизвестных функций $\eta_m(t)$. В (2) входит объемная плотность тока $j_\varphi(\vec{q})$, которая связана с азимутальными составляющими $\eta_m(t)$ поверхностной плотности тока следующим образом:

$$j_\varphi(\rho_n, \varphi, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \eta_m(t) \delta(\rho_n - a) e^{-im\varphi}, \quad (9)$$

где $\delta(\rho_n - a)$ — дельта-функция Дирака, $\rho_n = \rho/a$ — нормированная радиальная координата. Подстановка (9) в (2) и (1) с учетом (8) приводит к интегральным соотношениям для коэффициентов $\vec{e}_m(\rho_n, t)$, $\vec{h}_m(\rho_n, t)$ ЭМП в разложениях (6) относительно неизвестных функций $\eta_m(t)$:

$$\begin{aligned}\vec{e}_m(\rho_n, t) &= -\frac{W_c}{8k_n d} \int_{-1}^1 \eta_m(t') \vec{K}_E^{(m)}(\rho_n, t, t') dt', \\ \vec{h}_m(\rho_n, t) &= \frac{1}{8id} \int_{-1}^1 \eta_m(t') \vec{K}_H^{(m)}(\rho_n, t, t') dt',\end{aligned}\quad (10)$$

где

$$\begin{aligned}\vec{K}_E^{(m)}(\rho_n, t, t') &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\frac{h_n}{d}(t-t')} \times \\ &\times [\Delta \vec{e}_m(h_n, \rho_n) + \vec{e}_m(h_n, \rho_n)_\infty] dh_n, \\ \vec{K}_H^{(m)}(\rho_n, t, t') &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\frac{h_n}{d}(t-t')} \times \\ &\times [\Delta \vec{h}_m(h_n, \rho_n) + \vec{h}_m(h_n, \rho_n)_\infty] dh_n.\end{aligned}\quad (11)$$

$\Delta \vec{e}_m(h_n, \rho_n)$, $\Delta \vec{h}_m(h_n, \rho_n)$ — векторы разностных спектральных плотностей, определяемые следующими выражениями:

$$\Delta \vec{e}_m(h_n, \rho_n) = \vec{e}_m(h_n, \rho_n) - \vec{e}_m(h_n, \rho_n)_\infty, \quad (12)$$

$$\Delta \vec{h}_m(h_n, \rho_n) = \vec{h}_m(h_n, \rho_n) - \vec{h}_m(h_n, \rho_n)_\infty,$$

$\vec{e}_m(h_n, \rho_n)_\infty$, $\vec{h}_m(h_n, \rho_n)_\infty$ — векторы асимптотических спектральных плотностей при $h_n \rightarrow \infty$.

В (10) и (11) введены нормированные параметры:

$$d = a/l, \quad t = z'/l, \quad v_n = \sqrt{h_n^2 - k_n^2}, \quad k_n = ka. \quad (13)$$

Формулы (11) означают, что азимутальные гармоники $\vec{e}_m(\rho_n, t)$, $\vec{h}_m(\rho_n, t)$ ЭМП представлены суммой разностных и асимптотических гармоник поля. Такое представление сделано с целью выделения в явном виде особенностей в ядрах (11).

Компоненты векторов спектральных плотностей в (11), (12):

$$\begin{aligned}\vec{e}_m(h_n, \rho_n) &= \\ &= \begin{bmatrix} ik_n^2 (g_{m-1}(h_n, \rho_n) - g_{m+1}(h_n, \rho_n)) - \\ -2im^2 \frac{1}{\rho_n} g_m(h_n, \rho_n) + 2mv_n g_{m+1}^{(-1)}(h_n, \rho_n); \\ k_n^2 (g_{m-1}(h_n, \rho_n) + g_{m+1}(h_n, \rho_n)) - \\ -\frac{2}{\rho_n} m^2 g_m(h_n, \rho_n); \\ -2h_n m g_m(h_n, \rho_n); \end{bmatrix}, \quad (14a)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\vec{h}_m(h_n, \rho_n) &= \\ &= \begin{bmatrix} ih_n (g_{m-1}(h_n, \rho_n) + g_{m+1}(h_n, \rho_n)) \\ h_n (g_{m-1}(h_n, \rho_n) - g_{m+1}(h_n, \rho_n)) \\ iv_n (g_m^{(-1)}(h_n, \rho_n) - g_m^{(+1)}(h_n, \rho_n)) \end{bmatrix}. \quad (14b)\end{aligned}$$

Компоненты асимптотических спектральных плотностей определяются формулами:

$$\begin{aligned}\vec{e}_m(h_n, \rho_n)_\infty &= \begin{bmatrix} \frac{2m^2}{\rho_n} \left(\frac{1 - e^{-\beta|h_n|}}{|h_n|} \right) + 2m\alpha \\ 2i \left(k_n^2 - \frac{m^2}{\rho_n} \right) \left(\frac{1 - e^{-\beta|h_n|}}{|h_n|} \right) \\ -2im \operatorname{sgn}(h_n) \end{bmatrix} \times \\ &\times \operatorname{Exp}(\rho_n, h_n),\end{aligned}$$

$$\bar{\chi}_m(h_n, \rho_n)_\infty = \begin{bmatrix} -2 \operatorname{sgn}(h_n) \\ 0 \\ 2i\alpha \end{bmatrix} \operatorname{Exp}(\rho_n, h_n),$$

где

$$\operatorname{Exp}(\rho_n, h_n) = \frac{1}{\pi\sqrt{\rho_n}} \exp(\alpha|h_n|(\rho_n - 1)),$$

$$\alpha = \operatorname{sgn}(1 - \rho_n),$$

$$g_m^{(\pm l)}(h_n, \rho_n) = \begin{cases} H_{m\pm l}^{(2)}(-iv_n) J_m(-iv_n \rho_n), & \rho_n < 1 \\ H_m^{(2)}(-iv_n \rho_n) J_{m\pm l}(-iv_n), & \rho_n > 1 \end{cases},$$

$$g_m(h, \rho) = g_m^{(\pm 0)}(h, \rho).$$

Подставив выражение (8) для $\eta_m(t)$ в (11), преобразуем интегральные соотношения (10). В дальнейшем будем использовать следующую запись векторов в матричной форме:

$$\bar{x} = [x_\rho, x_\phi, x_z]^T,$$

где индекс «Т» означает транспонирование. Используя данный вектор, запишем выражения для Фурье-составляющих $\bar{e}_m(\rho_n, t)$ и $\bar{h}_m(\rho_n, t)$ в (6) в следующем виде:

$$\begin{aligned} -\bar{e}_m(\rho_n, t) &= \frac{W_c}{8k_n d} \Delta \bar{e}_m(\rho_n, t) + \frac{W_c}{8k_n d} \bar{e}_m(\rho_n, t)_\infty, \\ \bar{h}_m(\rho_n, t) &= \frac{1}{8id} \Delta \bar{h}_m(\rho_n, t) + \frac{1}{8id} \bar{h}_m(\rho_n, t)_\infty. \end{aligned} \quad (15)$$

В (15) асимптотические вектора \bar{e}_m , \bar{h}_m определяются следующим образом:

$$\bar{e}_m(\rho_n, t)_\infty = \begin{bmatrix} \frac{2m^2}{\rho_n} \operatorname{int}_3(\rho_n, t) + 2m\alpha \operatorname{int}_1(\rho_n, t) \\ 2i \left(k_n^2 - \frac{m^2}{\rho_n} \right) \operatorname{int}_3(\rho_n, t) \\ -2im \operatorname{int}_2(\rho_n, t) \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$\bar{h}_m(\rho_n, t)_\infty = \begin{bmatrix} -2 \operatorname{int}_2(\rho_n, t) \\ 0 \\ 2i\alpha \operatorname{int}_1(\rho_n, t) \end{bmatrix}. \quad (17)$$

В (16) и (17) функции $\operatorname{int}_q(\rho_n, t)$, $q = 1, 2, 3$ — интегралы, причем при $\rho_n = 1$ (на полоске) они определяются аналитически:

$$\begin{aligned} \operatorname{int}_1(\rho_n, t) &= \\ &= \begin{cases} -2d \sum_{p=0}^{\infty} \frac{A_p^{(m)} T_p(t)}{\sqrt{1-t^2}}, & \rho_n = 1, t \in [-1, 1], \\ \sum_{p=0}^{\infty} A_p^{(m)} \operatorname{Int}_1(\rho_n, t), & \rho_n \neq 1, t \notin [-1, 1], \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

где

$$\begin{aligned} \operatorname{Int}_1(\rho_n, t) &= \frac{d}{\pi\sqrt{\rho_n}} \int_{-1}^1 \frac{T_p(t')}{\sqrt{1-t'^2}} \times \\ &\times \left(\frac{1}{-\alpha d(\rho_n - 1) - i(t-t')} - \frac{1}{\alpha d(\rho_n - 1) - i(t-t')} \right) dt'. \end{aligned}$$

Характерной особенностью последнего интеграла является то, что при $|t| = 1$ он обращается в бесконечность, а при $\rho_n = 1$, $|t| > 1$ равен нулю.

Второй интеграл:

$$\begin{aligned} \operatorname{int}_2(\rho_n, t) &= \\ &= \begin{cases} 2id \sum_{p=1}^{\infty} A_p^{(m)} U_{k-1}(t), & \rho_n = 1, t \in [-1, 1], \\ \sum_{p=0}^{\infty} A_p^{(m)} \operatorname{Int}_2(\rho_n, t), & \rho_n \neq 1, t \notin [-1, 1], \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

где интеграл

$$\begin{aligned} \operatorname{Int}_2(\rho_n, t) &= -\frac{d}{\pi\sqrt{\rho_n}} \int_{-1}^1 \frac{T_p(t')}{\sqrt{1-t'^2}} \times \\ &\times \left(\frac{1}{\alpha d(\rho_n - 1) - i(t-t')} + \frac{1}{-\alpha d(\rho_n - 1) - i(t-t')} \right) dt' \end{aligned}$$

имеет конечное значение при любых ρ_n и t . Функция

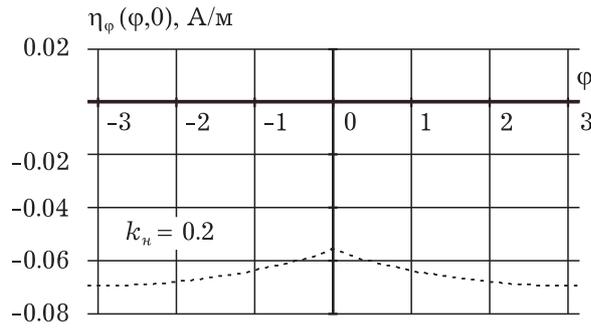
$$\begin{aligned} \operatorname{int}_3(\rho_n, t) &= \\ &= \begin{cases} 2d \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_p^{(m)} i^{p+n} (-1)^n (n+1) \alpha_{n,p}^{(\infty)} U_n(t), & \rho_n = 1, t \in [-1, 1]; \\ \pi \sum_{p=0}^{\infty} A_p^{(m)} i^p \operatorname{Int}_3(\rho_n, t), & \rho_n \neq 1, t \notin [-1, 1] \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

определяется через интеграл

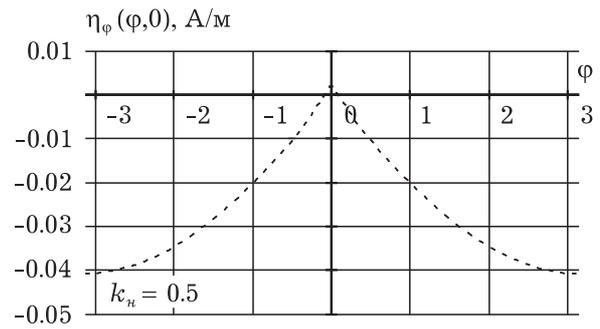
$$\begin{aligned} \operatorname{Int}_3(\rho_n, t) &= \frac{1}{\pi\sqrt{\rho_n}} \int_{-\infty}^{\infty} J_p(h_n/d) \times \\ &\times \frac{1 - e^{-\beta|h_n|}}{|h_n|} e^{\alpha|h_n|(\rho_n-1)} e^{-i\frac{h_n}{d}t} dh_n, \\ \alpha_{n,p}^{(\infty)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{J_p(h_n/d) J_{n+1}(h_n/d)}{h_n} \frac{1 - e^{-\beta|h_n|}}{|h_n|} dh_n, \end{aligned}$$

который также всегда имеет конечное значение.

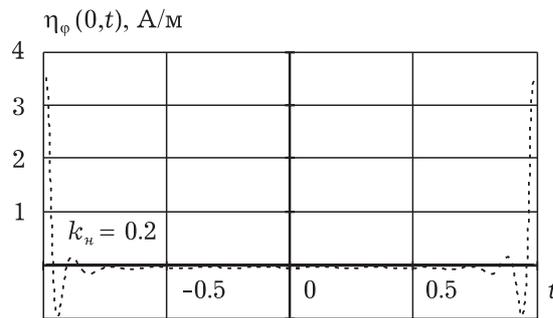
Разностные векторы гармоник напряженностей электрического и магнитного полей также определяются подстановкой выражения (8) в интегральные соотношения (10):



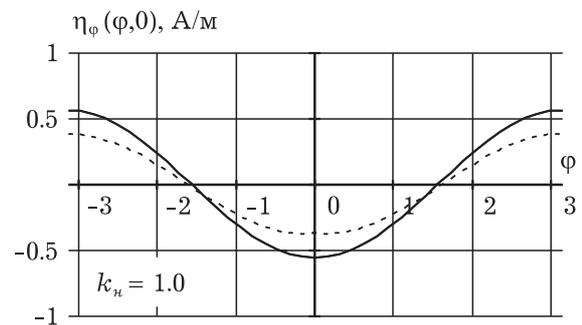
а)



а)



б)



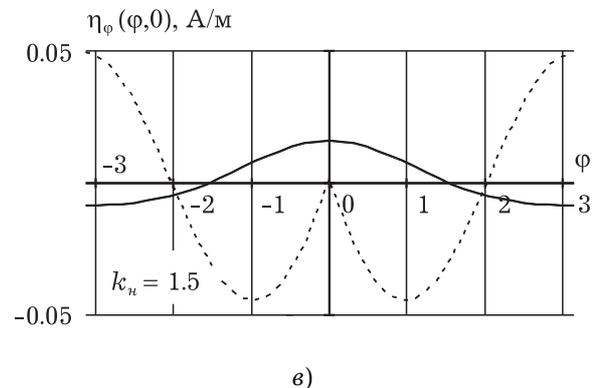
б)

Рис. 2. Распределение тока а) азимутальное; б) по координате $t = z/l$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{e}_m(\rho_n, t) &= \pi \sum_{p=0}^{\infty} A_p^{(m)} i^p \times \\ &\times \int_{h_n=-\infty}^{\infty} e^{-i \frac{h_n}{d} t} J_p(h_n/d) \Delta \bar{e}_m(h_n, \rho_n) dh_n, \\ \Delta \bar{h}_m(\rho_n, t) &= \pi \sum_{p=0}^{\infty} A_p^{(m)} i^p \times \\ &\times \int_{h_n=-\infty}^{\infty} e^{-i \frac{h_n}{d} t} J_p(h_n/d) \Delta \bar{h}_m(h_n, \rho_n) dh_n. \end{aligned} \quad (21)$$

3. Определение поверхностной плотности тока на металлической полоске

Выражения для ЭМП содержат неизвестные коэффициенты $A_p^{(m)}$. Для их определения обратимся к граничным условиям. На поверхности металла тангенциальные составляющие электрического поля обращаются в нуль, за исключением области зазора, где они приравниваются к стороннему электрическому полю. Таким образом, в терминах азимутальных гармоник граничные условия можно записать в следующем виде:



в)

Рис. 3. Азимутальное распределение поверхностного тока при разных значениях нормированного волнового числа k_n

$$\begin{aligned} e_m^\phi(1, t) &= -e_{m\phi}^{cm}(t), \\ e_m^z(1, t) &= -e_{mz}^{cm}(t), \end{aligned} \quad (22)$$

где $e_{m\phi}^{cm}(t)$, $e_{mz}^{cm}(t)$ — азимутальные гармоники стороннего электрического поля $\vec{E}^{cm} = \{E_\phi^{cm}, E_z^{cm}\}$ в зазоре ($|\phi| \leq \xi$, $|t| \leq 1$). Так как СИП (10) записано относительно продольной составляющей в распределении тока, то будем использовать первое уравнение. Оно было сведено к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) для m -ной азимутальной гармоники поверхностной плотности тока $\eta_m(t)$:

$$\sum_{p=0}^N A_p^{(m)} (-1)^n i^{p+n} (n+1) \times$$

$$\begin{aligned} & \times \left(\Delta \alpha_{n,p}^{(m)} + \frac{2i}{\pi} (k_n^2 - m^2) \alpha_{n,p}^{(\infty)} \right) = \\ & = 2\xi \frac{k_n}{\pi^2 Z} \frac{\sin(\xi m)}{\xi m}, \quad n = \overline{0, N}, \quad m = \overline{0, \pm M}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \Delta \alpha_{n,p}^{(m)} &= \int_{h_n=-\infty}^{\infty} \frac{J_{n+1}(h_n/d) J_p(h_n/d)}{h_n} \Delta \varepsilon_{m\varphi}(h_n, 1) dh_n, \\ \alpha_{n,p}^{(\infty)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{J_p(h_n/d) J_{n+1}(h_n/d)}{h_n} \frac{1 - e^{-\beta|h_n|}}{|h_n|} dh_n. \end{aligned}$$

Коэффициенты $\Delta \alpha_{n,p}^{(m)}$ и $\alpha_{n,p}^{(\infty)}$ определяются численно.

При расчетах использовался следующий профиль стороннего электрического поля в зазоре [5]:

$$E^{cm}(\varphi, t) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & \varphi \in [-\xi; \xi], \quad t \in [-1; 1], \\ 0, & \varphi \notin [-\xi; \xi], \quad t \notin [-1; 1]. \end{cases} \quad (24)$$

Численные результаты решения СЛАУ (23) приведены на рис. 2 и рис. 3, на которых действительные части η_φ показаны непрерывными кривыми, мнимые части η_φ — штриховыми кривыми.

Основные закономерности распределений поверхностной плотности тока η_φ :

- функция $\eta_\varphi(\varphi, t)$ от координаты φ является четной относительно точки $\varphi = 0$;
- функция $\eta_\varphi(\varphi, t)$ от координаты t является четной относительно точки $t = 0$;
- на краях полоски при $t = \pm 1$ функция $\eta_\varphi(\varphi, t)$ обращается в бесконечность;
- действительная часть $\eta_\varphi(\varphi, t)$ становится соизмеримой с мнимой частью при резонансах $ka = 1$ и $ka = 1.5$.

4. Входное сопротивление антенны

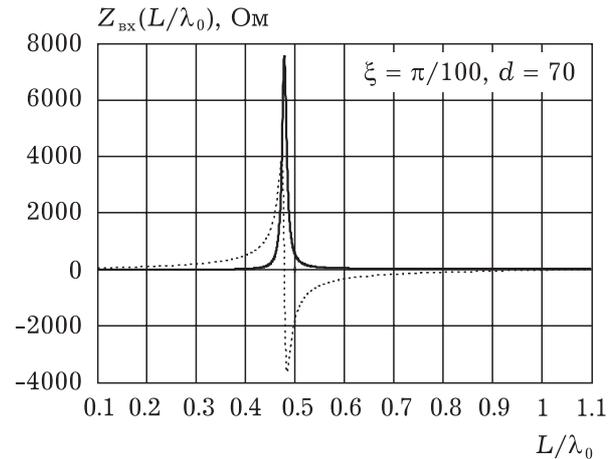
Входное сопротивление кольцевой полосковой антенны определяется как в [8]:

$$Z_{\text{вх}} = \frac{U}{\int_{-l}^l \eta_\varphi(\varphi = 0, z) dz} = \frac{2U}{2l \int_{-1}^1 \eta_\varphi(\varphi = 0, t) dt}, \quad (25)$$

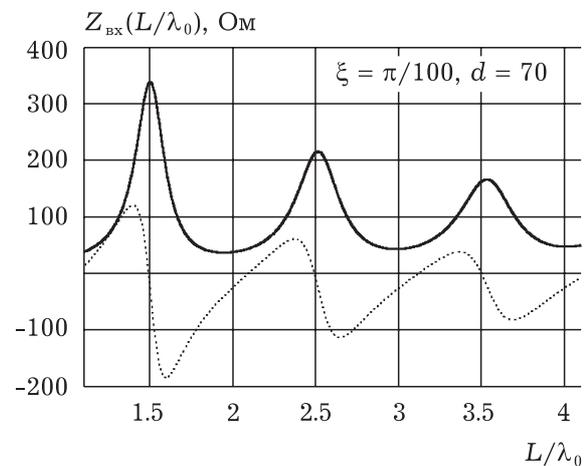
где U — приложенное к зазору напряжение (в вольтах),

$$2l \int_{-1}^1 \eta_\varphi(\varphi = 0, t) dt$$

— сила тока в зазоре (в амперах).



а)



б)

Рис. 4. Зависимость входного сопротивления антенны от L/λ_0 : а) при $L/\lambda_0 \in [0, 1]$, б) при $L/\lambda_0 \in [1, 4]$

Была получена следующая формула для входного сопротивления:

$$\begin{aligned} Z_{\text{вх}}(L/\lambda_0, d, \xi) &= \\ &= \frac{\pi W_c}{2\xi \frac{L}{\lambda_0} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(\xi m)}{\xi m} \zeta_m(L/\lambda_0, d)}, \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} \zeta_m(L/\lambda_0, d) &= \\ &= \frac{1}{\left(\Delta \alpha_m(L/\lambda_0, d) + \frac{2i}{\pi} \left((L/\lambda_0)^2 - m^2 \right) \alpha^{(\infty)}(d) \right)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \alpha_m(L/\lambda_0, d) &= \\ &= 2 \int_0^{\infty} \frac{J_1(h_n/d) J_0(h_n/d)}{h_n} \Delta \varepsilon_m^\varphi(h_n, 1) dh_n, \end{aligned}$$

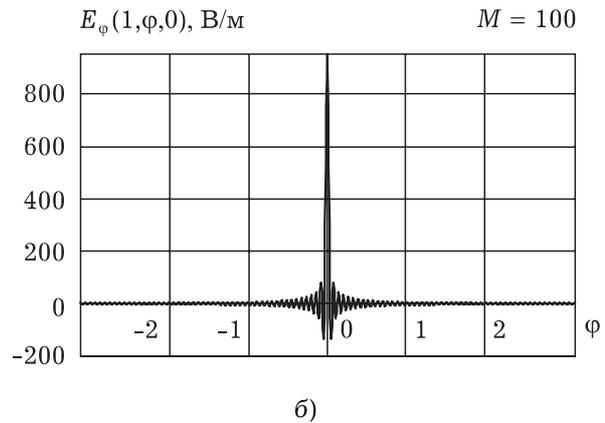
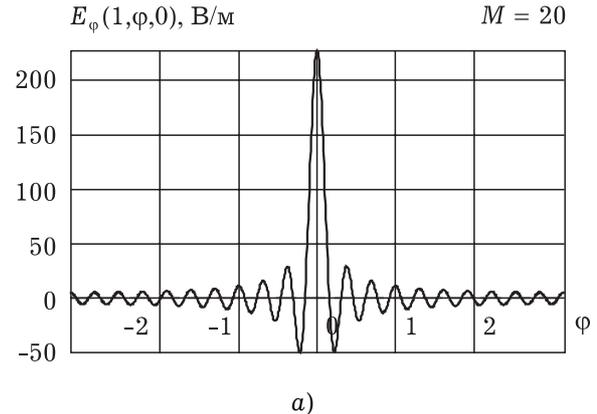
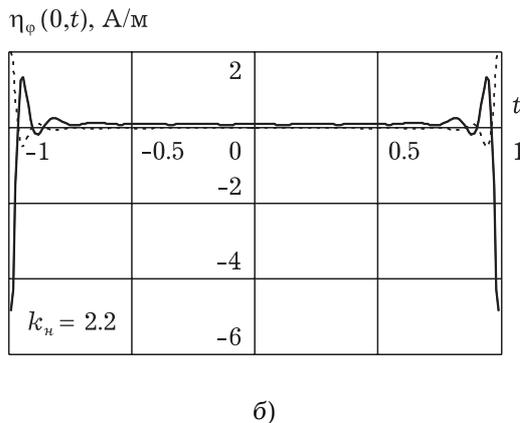
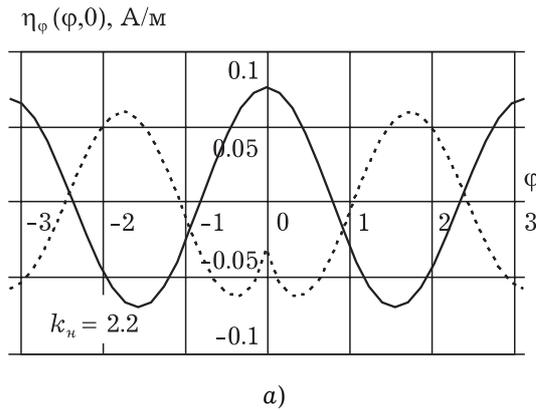


Рис. 5. Распределения поверхностной плотности тока: а) от координаты φ ($t = 0$), б) от координаты t ($\varphi = 0$)

Рис. 6. Азимутальные распределения действительной величины E_φ при разном числе гармоник M в рядах (6)

$$\alpha^{(\infty)}(d) = 2 \int_0^\infty \frac{J_1(h_n/d) J_0(h_n/d)}{h_n} \frac{1 - e^{-\beta|h_n|}}{|h_n|} dh_n.$$

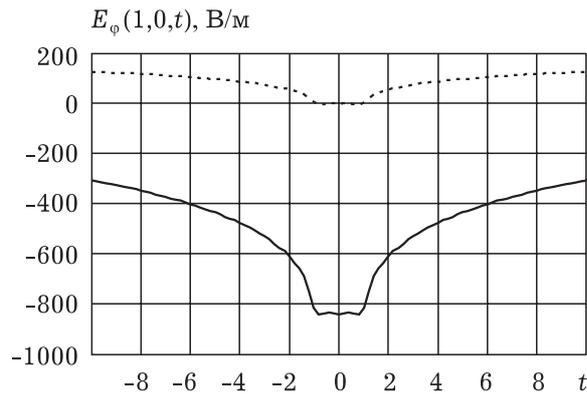
В выражении (26) введены обозначения: $L = 2\pi a$ — длина полоски; $k_n = L/\lambda_0$; λ_0 — длина волны в свободном пространстве; $d = a/l$; 2ξ — ширина зазора. На рис. 4. показаны зависимости действительной и мнимой частей входного сопротивления от параметра L/λ_0 . Действительная часть Z_{ex} обозначена сплошной кривой, мнимая часть Z_{ex} — штриховой кривой. Расчеты выполнены при $\xi = \pi/100$, $d = 70$. Из рисунка видно, что кольцевую полосковую антенну наиболее удобно возбуждать при $L/\lambda_0 = 2,1$, при этом $\text{Im}(Z_{ex}) = 0$, $\text{Re}(Z_{ex}) \approx 50$ Ом. Подобные результаты получены и в [8].

4. Численный расчет ЭМП в ближней зоне антенны

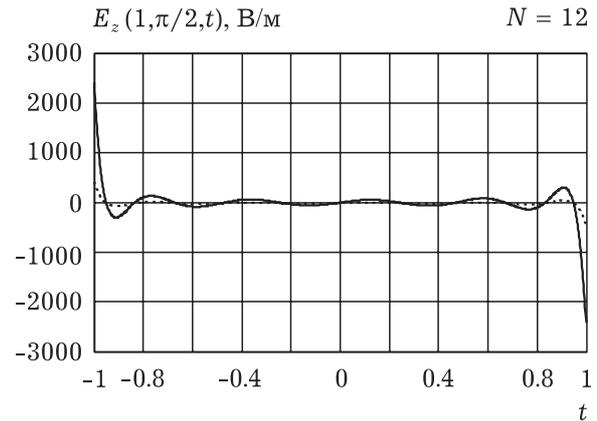
Расчет производился по алгоритму, описанному в разделах 1 и 2 статьи для $k_n = L/\lambda_0 = 2.2$. Распределение поверхностной плотности тока для этого случая приведено на рис. 5. На рис. 6 показаны графики зависимости азимутального рас-

пределения E_φ при $t = 0$ при различном числе M Фурье-гармоник в (6). Известно, что на металле эта компонента должна обращаться в нуль (граничное условие). На графиках на рис. 6 видны осцилляции, причем уровень этих осцилляций тем выше, чем меньше гармоник M ряда Фурье (6). При увеличении числа M лучше восстанавливается профиль стороннего поля в зазоре ($\varphi \in [-\xi, \xi]$). Как показал анализ, для построения распределения плотности поверхностного тока с относительной погрешностью порядка 1% достаточно около двадцати гармоник, а для восстановления стороннего поля в зазоре — более ста гармоник. Их число обратно пропорционально ширине зазора. Это создает большие трудности численного анализа. На графиках присутствует только действительная часть электрического поля, что соответствует поставленной граничной задаче.

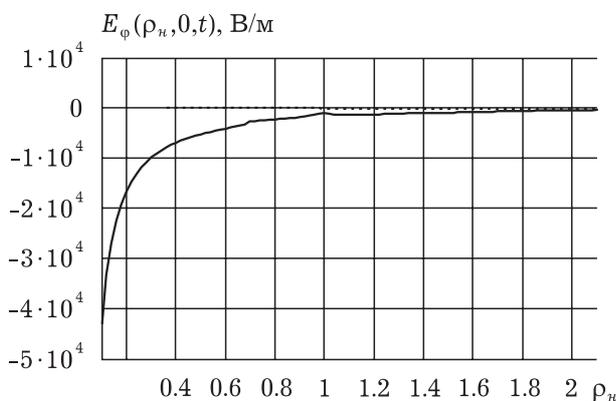
На рис. 7а показано распределение E_φ по координате t при $\varphi = 0$ на поверхности $\rho = a$ ($\rho_n = 1$). В точках, принадлежащих зазору $|t| \leq 1$, наблюдается приближенное выполнение граничного условия на поверхности металлической полоске. Необходимо отметить хорошую сходимость



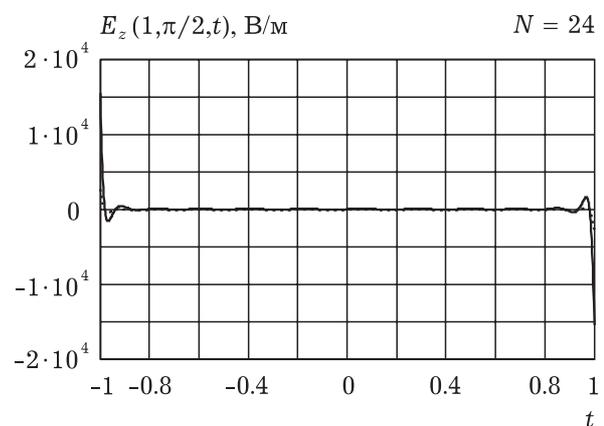
а)



а)



б)



б)

Рис. 7. Распределение величины E_ϕ : а) по нормированной координате $t = z/l$, б) по нормированному радиусу $\rho_n = \rho/a$

Рис. 8. Распределение E_z на металлической полоске по координате $t = z/l$ ($\phi = \pi/2$) при различном числе N полиномов Чебышева

ряда (8) для данной компоненты. Радиальное распределение величины E_ϕ приведено на рис. 7б.

На рис. 8 показаны распределения E_z на металлической полоске от координаты t при $\phi = \pi/2$ при различном числе N полиномов Чебышева. На рисунках видны осцилляции, уровень которых уменьшается с увеличением числа полиномов Чебышева. На краях полоски четко видны всплески. С точки зрения граничных условий данная компонента на металле должна быть равна нулю. Но увеличение N приводит только к увеличению всплесков. Встает вопрос о допустимости использования предложенной электродинамической модели для расчета электромагнитного поля в ближней зоне. Решением данной проблемы может быть учет поперечной составляющей в распределении поверхностной плотности тока, что приведет к системе двух СИУ, записанных относительно продольной и поперечной компонент поверхностной плотности тока на полоске.

На рис. 9 показаны распределения действительной и мнимой частей компоненты E_z вблизи ребер

антенны ($|t| > 1$). Эта компонента при приближении к ребру неограниченно возрастает, что соответствует условию на ребре [9]. Зависимость E_z от координаты t — нечетная. Вблизи зазора (рис. 10а) в азимутальном распределении величины E_z наблюдается резкий переход. В радиальном распределении (рис. 10б) виден острый пик при $\rho_n = 1$.

На рис. 11а представлено радиальное распределение величины E_ρ электрического поля. При $\rho_n = 1$ виден скачок. Это означает, что на внешней и внутренней стороне полоски вектор электрического поля ориентирован в противоположные стороны. На ребрах антенны величина E_ρ обращается в бесконечность.

Распределения компоненты H_ϕ магнитного поля показана на рис. 12. Она имеет малую интенсивность даже вблизи кольца. Для оценки величины азимутального распределения магнитного поля требуется около ста гармоник ряда Фурье. Зависимость компоненты H_ϕ от координаты t (рис. 12в) имеет плавный характер.

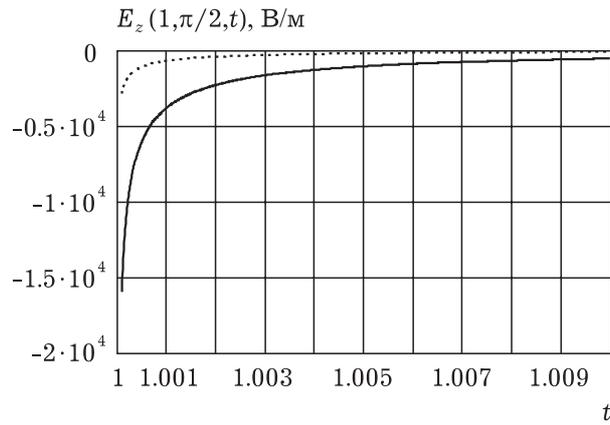
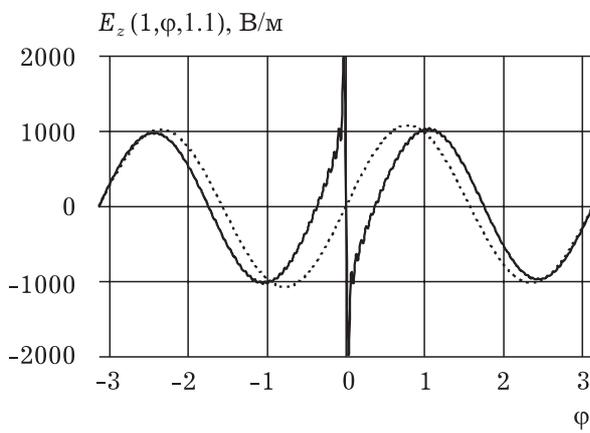
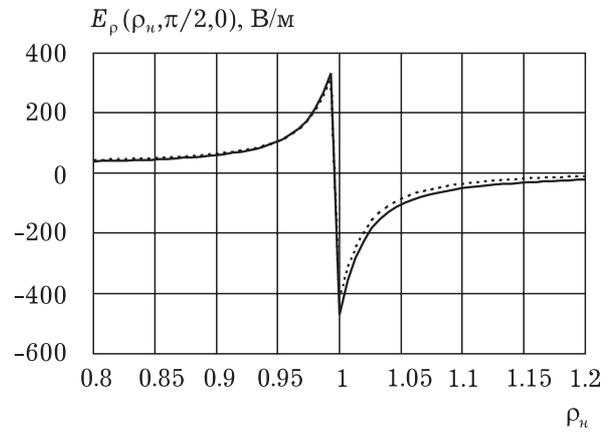


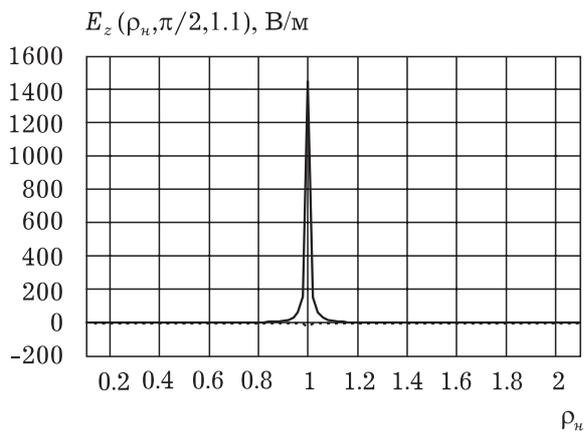
Рис. 9. Поведение величины E_z вблизи ребра антенны



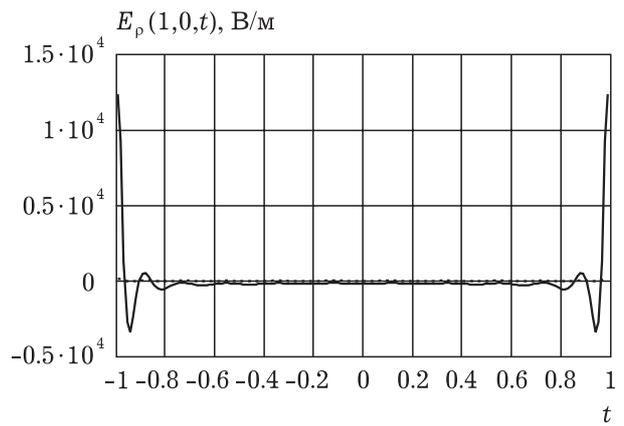
а)



а)



б)



б)

Рис. 10. Распределение величины E_z : а) по координате φ , б) по нормированной координате $\rho_n = \rho/a$

Рис. 11. Распределения E_ρ : а) распределение по нормированной координате $\rho_n = \rho/a$, б) по нормированной координате $t = z/l$

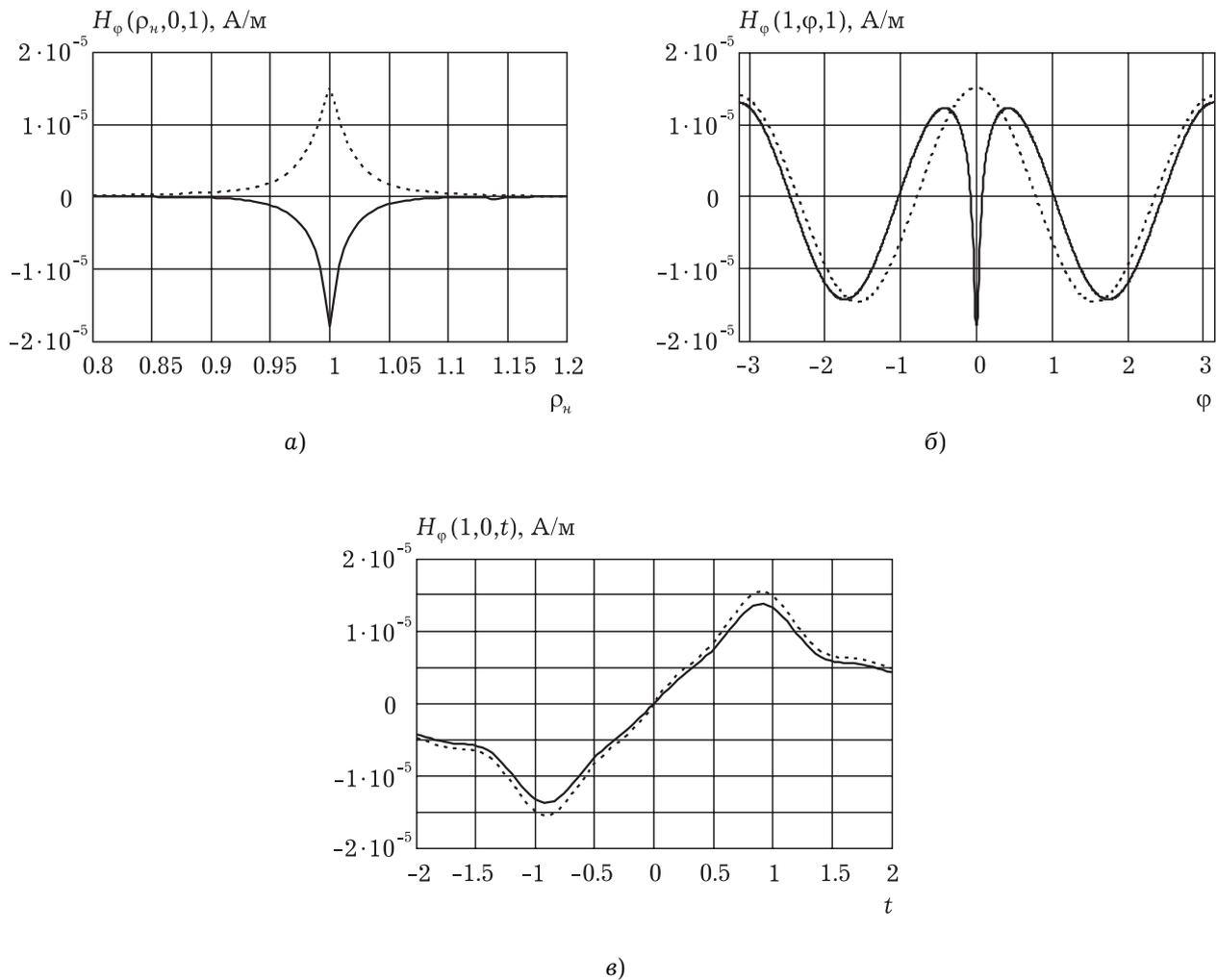


Рис. 12. Распределения H_ϕ : а) распределение по нормированной координате $\rho_n = \rho/a$, б) по координате ϕ , в) по нормированной координате $t = z/l$

На рис. 13 представлены распределения составляющей H_ρ магнитного поля вблизи кольца. Видно, что азимутальное распределение качественно повторяет закон распределения тока. На рис. 14 представлены распределения H_z .

Заключение

В работе описан самосогласованный метод расчета электромагнитного поля в ближней зоне кольцевой полосковой антенны и приведены распределения составляющих ЭМП в этой зоне. Метод, основанный на СИП (10) ЭМП, устраняет принципиальную некорректность общепринятого подхода к расчету ближних полей: присутствие разрыва между плотностью тока на поверхности антенны и ЭМП вблизи этой поверхности. Тем не менее, в принятой в работе физической модели кольцевой полосковой антенны присутствуют два

допущения, приводящие к несколько неверным физическим результатам. Во-первых, учет только азимутальной составляющей плотности поверхностного тока на антенне приводит к игнорированию граничного условия $E_z = 0$ на поверхности токопроводящей полоски. Поэтому в рамках принятой физической модели это условие выполняется только для $t = 0$, и можно сделать вывод, что рассмотренная в статье модель справедлива только для бесконечно тонкой проволочной кольцевой антенны. Второе допущение связано с аппроксимацией (24) стороннего поля в зазоре, которая имеет разрывы первого рода на концах зазора, это приводит к хорошо известному явлению Гиббса в теории рядов Фурье. Этим объясняется наличие осцилляций на рис. 6. Устранить эти осцилляции можно путем гладкой аппроксимации стороннего поля, как это сделано для электрического вибратора [9].

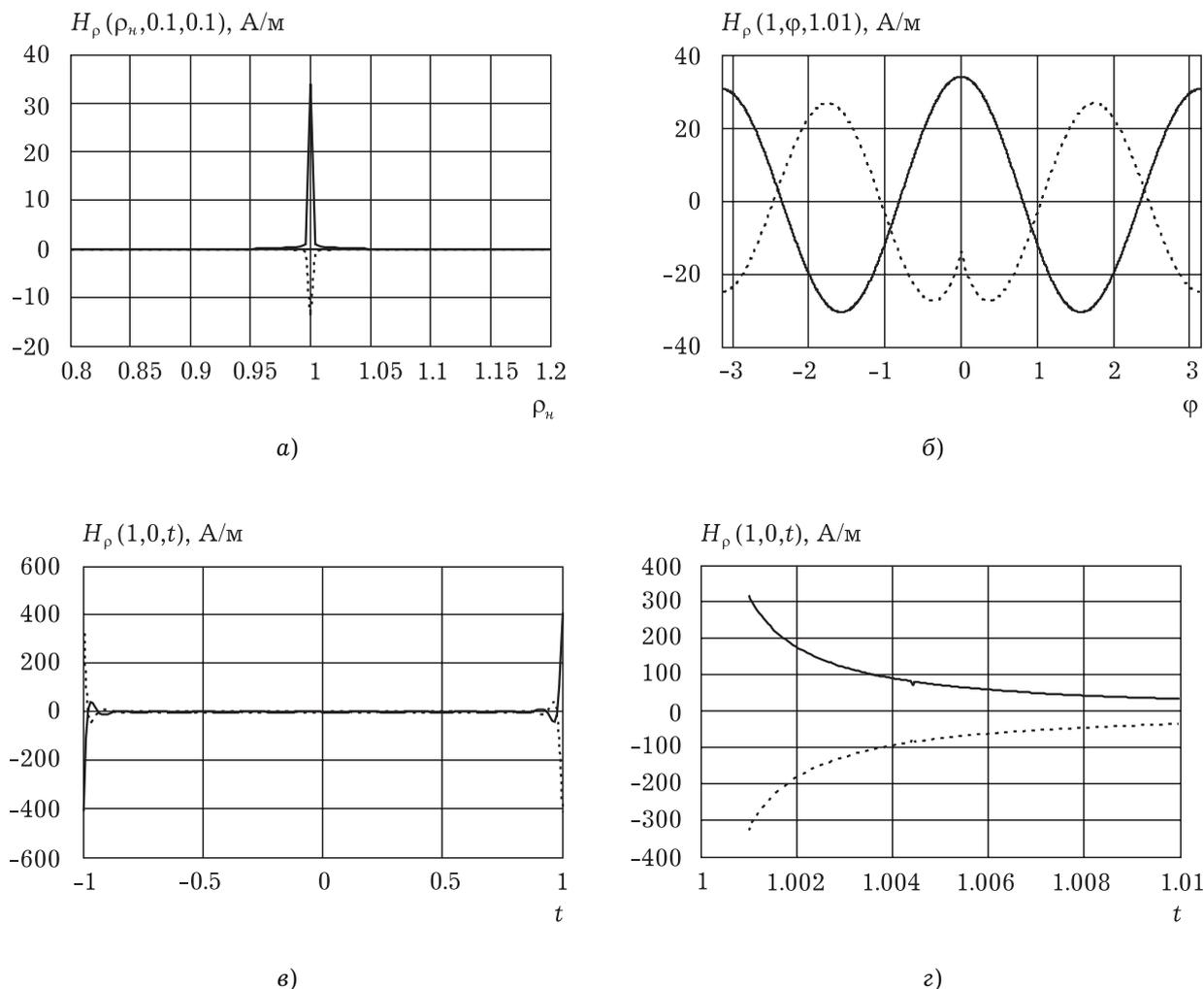


Рис. 13. Распределения H_ρ : а) распределение по нормированной координате $\rho_n = \rho/a$, б) по координате φ , в) по нормированной координате $t = z/l$, г) вблизи ребра

Описанный в работе самосогласованный метод расчета ЭМП в ближней зоне кольцевой полосковой антенны может быть применен для любой излучающей структуры, описываемой координатными цилиндрическими поверхностями.

Литература

1. Wang T.N.C., Bell T.F. // IEEE Trans. Antennas and Propagat. — 1972. — Vol. AP-20. — № 3. — P. 394.
2. Андронов А.А., Чугунов Ю.В. // УФН. — 1975. — Т. 116. — Вып. 1. — С. 79.
3. Мареев Е.А., Чугунов Ю.В. Антенны в плазме. — Н. Новгород: ИПД АН СССР, 1991. — 231 с.
4. Ohnuki S., Sawaya K., Adachi S. // IEEE Trans. Antennas and Propagat. — 1986. — Vol. AP-34. — № 8. — P. 1024.
5. Заборонкова Т.М., Кудрин А.В., Петров Е.Ю. К теории рамочной антенны в анизотропной плазме // Известия вузов. Радиофизика. — 1998. — Т. 41. — № 3. — С. 358.
6. Неганов В.А., Корнев М.Г. Применение метода сингулярного интегрального уравнения к анализу рамочной антенны // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. — 2003. — Т. 6. — № 1. — С. 41-45.
7. Катин С.В., Клюев Д.С., Неганов В.А. Применение сингулярного интегрального уравнения с ядром Гильберта к расчету круговой полосковой антенны // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. — 2004. — Т. 7. — № 4. — С. 12-17.
8. Неганов В.А., Святкин Н.М. Метод сингулярного интегрального уравнения в задаче о распределении тока в кольцевой полосковой антенне // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. — 2005. — Т. 8. — № 2. — С. 61-67.
9. Неганов В.А., Нефедов Е.И., Яровой Г.П. Электродинамические методы проектирования устройств СВЧ и антенн: Учебное пособие для вузов / Под ред. В.А. Неганова. — М.: Радио и связь, 2002. — 416 с.

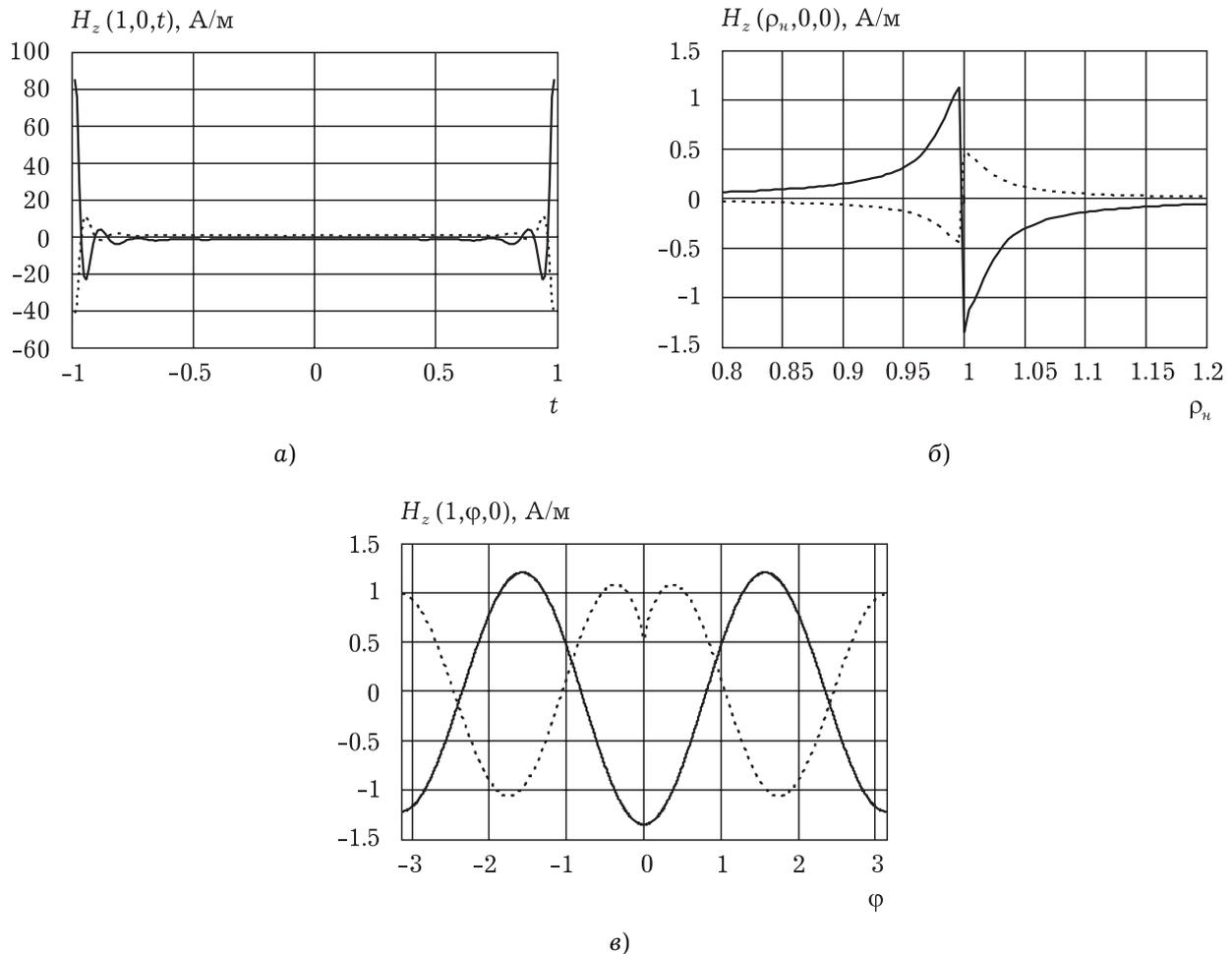


Рис. 14. Распределения H_z : а) по ширине полоски, б) распределение по нормированной координате $\rho_n = \rho/a$, в) по координате φ

10. Неганов В.А. Сингулярное интегральное представление электромагнитного поля электрического вибратора в его ближней зоне // ДАН. — 2004. — Т. 399. — № 5. — С. 617-619.
11. Неганов В.А. Самосогласованный метод расчета электромагнитных полей в ближних зонах излучающих структур, описываемых координатными цилиндрическими поверхностями // ДАН. — 2006. — Вып. 408. — № 2. — С. 178-181.
12. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ: Учебник для радиотехнических специальностей вузов. — М.: Высшая школа, 1988. — 432 с.
13. Неганов В.А. Сингулярные интегральные уравнения как метод физической регуляризации некорректных электродинамических задач радиотехники и связи // Сб. тезисов докладов IV МНТК «Физика и технические приложения волновых процессов». — Н. Новгород, 2005. — С. 7-18.
14. Харченко К.П., Сухарев В.Н. «Электромагнитная волна», лучистая энергия — поток реальных фотонов. — М.: КомКнига, 2005. — 128 с.
15. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. — М.-Л.: Энергия, 1967. — 376 с.

Electrodynamic Analysis of Electromagnetic Field in Near-region of Ring Strip Antenna

V.A. Neganov, N.M. Svyatkin, D.P. Tabakov

Self-consistent calculation method of the electromagnetic field in near-region of ring strip antenna as a low width of conductive strip approximations was described in the article. This method is based on singular integral representations (SIP) of electromagnetic fields. It was drawn that well-posed problem and usage of singular integral representations (SIP) repairs a break between field and current on antenna surface. SIPs turn into singular integral equations relatively unknown surface current density with stable solutions. Calculation results are cited: surface current density distributions, dependence of input resistance and radius of antenna normalized to wave-length. Physical precision limits of results were discovered for these physical and mathematical models of antenna.