

# Физика волновых процессов и радиотехнические системы

## Самосогласованный подход к электродинамическому анализу киральных структур

*В.А. Неганов, Д.П. Табаков*

## Self-consistency approach to the electrodynamic analysis of chiral structures

*V.A. Neganov, D.P. Tabakov*

### 1. Киральные среды СВЧ и оптического диапазонов. Основные недостатки существующих теорий киральных сред

В научном мире понятие киральности в настоящее время принято считать всеобщим свойством объективно существующей реальности мира. Обычно под киральностью понимают свойство живого (или неживого) объекта не совмещаться со своим отображением в плоском зеркале при каком-либо перемещении и вращении [1]. Киральность, по своей сути, является проявлением асимметрии левого и правого в живой и неживой природе. Киральность выполняет роль некоего проектора живой и неживой материи (вещества) на пространство. Именно киральность позволяет материи существовать в пространстве в тех формах, которые реально воспроизведены в объективно существующем мире. В живой и неживой природе киральность создает совокупности правых и левых структур, которые обладают разными свойствами и выполняют различные функции. Фундаментальность свойств киральности объективно существующего мира в настоящее время доказывается значительным числом фактов в различных областях науки и естествознания.

Данное явление имеет место в различных областях человеческого знания, таких как физика, химия, биология и др. Громадное число фактов указывает на то, что в живой и неживой

природе нарушена симметрия правого и левого [2]. В частности, в биохимии известно существование киральных биомолекул, различие между которыми состоит лишь в том, что они являются зеркальными отражениями друг друга, имея один и тот же химический состав (часто самый тонкий анализ не в состоянии отличить одно вещество от другого). Так, например, в химии различие между сахарами глюкозой и галактозой (состав этих веществ идентичен) определяется пространственной конфигурацией асимметричного углеродного атома. Каждая из двух таких конфигураций является зеркальным отражением другой.

В настоящее время в теоретической и прикладной электродинамике, и областях науки, тесно к ней примыкающих, наблюдается значительный рост интереса к исследованию структур и искусственных метаматериалов (таких, как искусственные кристаллы), обладающих «пространственной памятью». Указанные структуры и их сложные композиционные соединения представляют практический интерес в связи с активным исследованием и разработкой мета- и наноструктур. В многообразии обозначенных композиционных материалов особняком стоят искусственные среды и структуры, обладающие свойством киральности или энантиморфизма (от греч.  $\chi\epsilon\iota\rho$  – рука [1]).

Естественные среды, обладающие киральными свойствами, известны еще с **XXI века в оптике**, где получили название оптически-активных. Явление оптической активности было открыто в 1811 году французским ученым Д.Ф. Араго в кварце [1, 3]. В 1823 году О.Ж. Френель доказал,

---

**В.А. Неганов, Д.П. Табаков**

г. Самара, Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики

---

что оптически активная среда обладает различными показателями преломления для волн с право- и левокрутовыми поляризациями [1, 3]. В 1860 году известный биолог Луи Пастер объяснил природу этого явления молекулярной асимметрией, когда формы молекул лево- и праворащающихся изомеров относятся друг к другу как зеркальные отображения.

Вторым примером киральной среды в оптике являются жидкие кристаллы, в том числе и в первую очередь – холестерические жидкие кристаллы (ХЖК). Само строение ХЖК позволяет трактовать их как киральную среду: оси молекул (директор ХЖК), лежащих в одной плоскости, направлены в одну сторону, однако оси молекул в соседней параллельной плоскости, повернуты относительно них на некоторый угол [4, 5]. В результате ориентировка осей молекул в самом верхнем и самом нижнем слое домена ХЖК такова, что директор в промежуточных областях как бы вращается по окружности по или против часовой стрелке.

Среда, обладающая киральными свойствами в СВЧ-диапазоне, может быть только искусственной. Киральные «молекулы» на СВЧ – это искусственные проводящие одно-, двух- или трехмерные микроэлементы зеркально асимметричной формы, размеры которых значительно меньше длины  $\lambda$  электромагнитной волны [6–11].

В качестве киральных элементов могут использоваться трехмерные (3D) (право- и левовинтовые металлические спирали, сферические частицы со спиральной проводимостью [12], разомкнутые кольца с выступающими концами [14] и др.) и двумерные (2D) микроскопические объекты (полосковые элементы в виде буквы S и ее зеркального эквивалента [15, 16], заходные спирали, ленты Мебиуса [16] и др.). Поэтому принято говорить о существовании двух моделей киральной среды: объемной (3D), когда в магнитоэлектрической среде размещаются двух- или трехмерные микроэлементы, и плоской (планарной) (2D), когда проводящие микрополосковые элементы зеркально асимметричной формы расположены на поверхности диэлектрической или ферритовой подложки. Планарные киральные структуры на основе S-образных элементов рассмотрены в [14, 15].

Указанные выше трехмерные и планарные структуры являются киральными в силу того, что в их состав входят микроскопические зер-

кально асимметричные элементы. Можно считать, что в этом случае киральность является физической, так как она создается не формой структуры в целом, а формами находящихся в них микроэлементов. Будем называть подобные структуры физически киральными [17, 18]. Для таких сред возможен подход, основанный на разбиении их на тонкие слои и введении приближенных двухсторонних граничных условий [13].

Известные физически киральные искусственные структуры обладают по крайней мере четырьмя существенными недостатками:

1. Они достаточно сложны в изготовлении (особенно это касается 3D-структур).

2. Пространственная дисперсия существенно проявляется в них только вблизи длин волн  $\lambda = 2ml$ , где  $l$  – пространственный период структуры;  $m = 1, \infty$ . Фактически физически киральные структуры проявляют дисперсионные свойства как периодические системы.

3. При включении физически киральной структуры в цепь СВЧ их трудно согласовать, так как наблюдается частотная зависимость входного (волнового) сопротивления.

4. Диаграмма излучения (переизлучения) физически киральных структур сильно зависит от отношения  $l / \lambda$ .

В силу того, что периодические киральные структуры создаются с помощью малых (по сравнению с длиной волны) киральных элементов, следует ожидать существенное проявление киральных свойств только в узких резонансных областях, связанных с их пространственной периодичностью.

В [18] предложена классификация киральных сред с точки зрения внутреннего механизма образования киральности. Если киральность структуры в целом связана с зеркальной асимметрией элементов, входящих в ее состав, то метаматериал называется физически киральным. Если же киральность связана с зеркально асимметричным расположением самих элементов-компонентов, образующих структуру, то метаматериал называется геометрически-киральным. В настоящее время активно изучаются электродинамические свойства физически киральных сред и структур.

В [18] искусственно воспроизводится геометрически киральный метаматериал: структура доменов холестерических жидких кристаллов. Структура состоит из большого количества

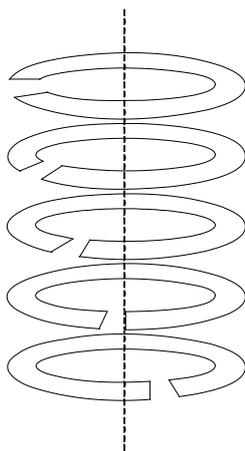


Рис. 1. Киральная структура, образованная разомкнутыми кольцами

слоев, каждый из которых представляет собой упорядоченную киральную композицию из микропластин двух различных материалов. Аналогом директора ХЖК в данной структуре является один из крайних элементов симметричной композиции, вращательное повторение отсутствия которого по (против) часовой стрелки с определенной угловой периодичностью, создает локальную асимметрию, что приводит к возникновению киральности 3D структуры в целом. Электродинамическую теорию киральных структур можно развить только на основе самосогласованного подхода [19], позволяющего строго учитывать особенности ЭМП вблизи ребер микропластин. Самосогласованный метод подразумевает получение сингулярных интегральных уравнений для ЭМП при рассмотрении ключевых физически киральных структур и вывод из них сингулярных интегральных уравнений относительно некоторой полевой характеристики на поверхности ключевой структуры.

В качестве «строительного» материала в [20] предлагается использовать различные фрагменты плоских разомкнутых металлических колец. На рис. 1 показана киральная структура, образованная по такой технологии. Поскольку, как уже было отмечено ранее, строгая электродинамическая теория киральных структур отсутствует, перед нами была поставлена задача выделить ключевые задачи, с помощью которых можно строить физически киральные структуры (рис. 2). Самая простая ключевая задача – дифракция плоской ЭМВ  $E$ - и  $H$ -поляризации на разомкнутом плоском кольце (рис. 2, а), которая решена в [21]. Причем под углом падения  $\varphi_0$  будем понимать угол между направлением падения волны  $\vec{m}_0$  и линией, проведенной из центра кольца в центр зазора в нем. Система разомкнутых колец с некоторым пространственным поворотом разрывов является аналогом спирали. Большой интерес представляет задача дифракции плоской ЭМВ на структуре, показанной на рис. 2, г, которая является основой при построении сред Веселаго В.Г. («левых сред») [22].

Основной недостаток современных теорий, описывающих киральную среду – отсутствие связи параметров среды с геометрией киральных элементов. Обычно используются усредненные по пространству материальные уравнения, описывающие общие свойства киральной материальной среды, например, такие как пространственная дисперсия [11]:

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \varepsilon \vec{E} \pm i\chi \vec{H}, \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \mp i\chi \vec{E}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\chi$  – параметр киральности. Соотношения (1) записаны в Гауссовой системе единиц, причем

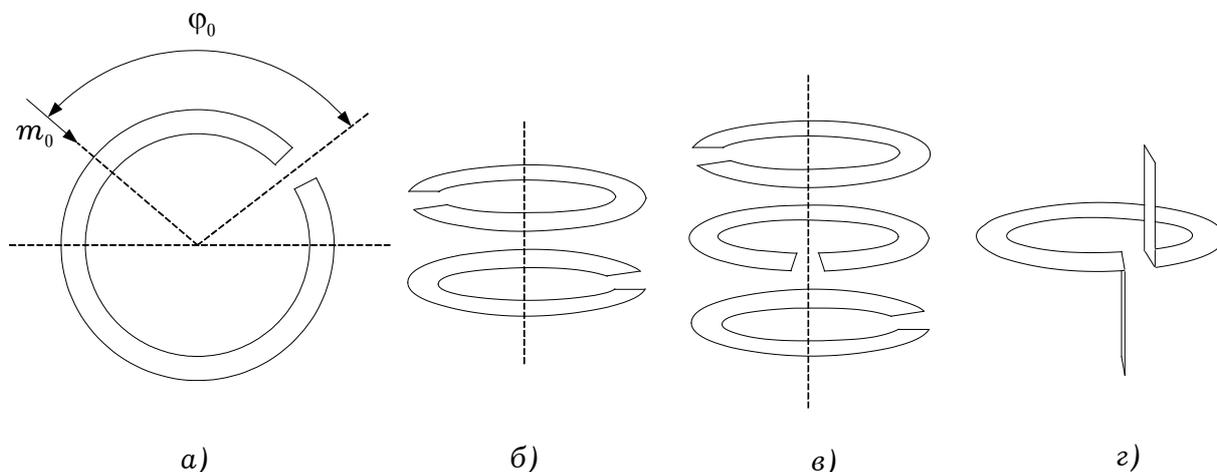


Рис. 2. Ключевые задачи для киральных структур

до конца не ясен физический смысл параметра киральности.

Материальные уравнения (1) записываются при следующих основных допущениях: расстояние между соседними проводящими киральными элементами соизмеримо с длиной волны СВЧ  $\lambda$ , а их линейные размеры значительно меньше  $\lambda$  [11]. Поэтому среды, описываемые материальными уравнениями (1), обладают слабыми киральными свойствами.

Второй существенный недостаток материальных уравнений (1) связан с тем обстоятельством, что параметр киральности  $\chi$  до сих пор не определен через геометрию киральных элементов.

Таким образом, описание киральной структуры с помощью материальных уравнений (1) не позволяет исследовать реальные особые физические свойства киральных структур. Особенно это касается той области частот, в которой размеры киральных элементов соизмеримы с длиной волны, т.е. области резонанса, когда наиболее сильны киральные свойства объекта.

В работе предлагается исследовать киральные структуры с помощью строгого метода физической регуляризации некорректных задач электродинамики [19]. В этом случае материальные уравнения (1) не записываются, т.е. не проводится усреднение материальной среды по пространству, в результате которого теряется информация о геометрии киральности. Киральные элементы рассматриваются строго электродинамически как идеально проводящие металлические тела.

На наш взгляд, основной интерес представляет решение задач дифракции электромагнитных волн на киральных структурах, исследование волноведущих структур с киральными средами и антенны зеркально-асимметричной формы.

Типичным представителем антенн зеркально-асимметричной формы является спиральная антенна. Теория таких антенн практически отсутствует. Известны лишь работы посвященные анализу цилиндрических антенн [22, 23], в которых антенна рассматривалась, как решетка, составленная из колец. Рассмотренный нами анализ цилиндрической спиральной антенны [24] показывает, что только в некоторых случаях она проявляет свойства решетки. Что касается плоской спиральной антенны, то нам вообще неизвестны аналогичные работы.

## 2. Строгий алгоритм анализа киральных структур

Ниже приведен строгий самосогласованный алгоритм анализа внутренних задач (с точки зрения антенной терминологии [25]) киральных структур, позволяющий учитывать размеры киральных элементов [19]:

1. **Записывается сингулярное интегральное представление (СИП)** (обычно это гиперсингулярное интегральное представление) электромагнитного поля через поверхностную плотность тока на антенне.

2. **Для определения поверхностной плотности тока** формируется сингулярное интегральное уравнение (СИУ) из СИП при его рассмотрении на поверхности антенны.

3. **Решается СИУ.**

Основные достоинства алгоритма – установление непрерывного перехода: поверхностная плотность тока  $\leftrightarrow$  напряженность электромагнитного поля, отсутствующего при общепринятом алгоритме расчета электромагнитного поля в ближней зоне антенны [25]. Иногда при решении внутренних задач, первый пункт алгоритма опускается и вывод СИУ проводится непосредственно при рассмотрении электромагнитного поля на антенне.

## 3. Дифракция плоской электромагнитной волны $H$ -поляризации на идеально проводящем цилиндрическом разомкнутом кольце

В научной литературе [26, 27] давно решена двумерная задача дифракции плоской электромагнитной волны (ПЭМВ) на бесконечном идеально проводящем цилиндре. Аналогичная задача решена и для диэлектрического цилиндра [28]. В [29] решена задача дифракции ПЭМВ  $E$ - и  $H$ -поляризацией на круглом диэлектрическом цилиндре с идеально проводящей узкой металлической полоской конечной длины на боковой поверхности. Было показано [29], что диаграмма направленности дифрагированного поля существенно зависит от угла падения волны по отношению к металлической полоске на диэлектрическом цилиндре. Ниже рассмотрена задача дифракции ПЭМВ  $H$ -поляризации на идеально проводящем разомкнутом кольце, представляю-

щим простейший киральный элемент [21]: вектор поля напряженности магнитного поля падающей волны находится в плоскости кольца и перпендикулярен его оси  $z$  (рис. 3). Показано, что при определенном размере зазора разомкнутого кольца дифрагированное поле концентрируется в области зазора.

Геометрия задачи поясняется на рис. 3. На идеально проводящее бесконечно тонкое разомкнутое цилиндрическое кольцо, расположенное на воображаемой цилиндрической поверхности  $\rho = a$ , под углом  $\varphi_0$  падает ПЭМВ. Ширина полоски  $2h$ , угловая длина  $2\xi$ , линейная длина  $2l_n = 2\xi a$ , угловая ширина зазора  $2\Delta = 2\pi - 2\xi$ , линейная ширина зазора  $2l_z = 2(\pi - \xi) \sin(\xi) / \xi$ . На поверхности металлического кольца ( $\rho = a, |\varphi| \leq \xi, |z| \leq h$ ) выполняется граничное условие:

$$\vec{E}_\tau^{(n)} + \vec{E}_\tau^{(0)} = 0, \quad (2)$$

где  $\vec{E}_\tau^{(n)}$  – вектор тангенциального электрического поля, возбуждаемый вектором поверхностной плотности тока  $\vec{\eta}$ ,  $\vec{E}_\tau^{(0)}$  – вектор тангенциального электрического поля ПЭМВ, падающей на кольцо, угол  $\varphi_0$  – это угол между направлением падения ПЭМВ и серединой зазора.

При решении задачи вводятся следующие упрощения:

- проводник предполагается идеально проводящим, бесконечно тонким и достаточно узким ( $2h \ll a$ ,  $2h \ll \lambda$ , где  $\lambda$  – длина волны в свободном пространстве), поэтому можно учитывать только продольную составляющую поверхностной плотности тока  $\eta_\varphi(\varphi, z)$ ;

- на концах полоски поверхностная плотность тока обращается в нуль:  $\eta_\varphi(\varphi = |\xi|, z) = 0$ ;

- распределение поверхностной плотности тока по ширине в первом приближении считается квазистатическим:

$$\eta_\varphi(\varphi, z) = \frac{f(\varphi)}{\sqrt{1 - (z/h)^2}}, \quad (3)$$

где  $f(\varphi)$  – неизвестная функция, описывающая

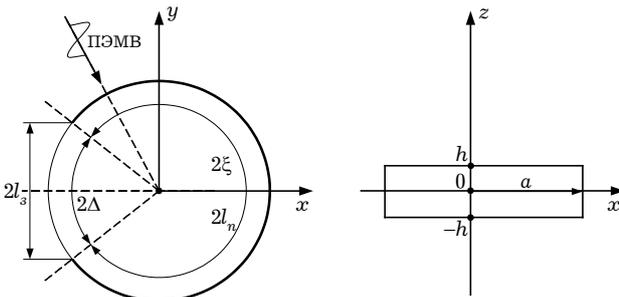


Рис. 3. Геометрия задачи

азимутальное распределение поверхностной плотности тока.

Пусть на структуру под углом  $\varphi_0$  падает ПЭМВ, имеющая три составляющие:  $H_z^{(0)}, E_\rho^{(0)}, E_\varphi^{(0)}$ . Объемная плотность тока на полоске в силу введенных упрощений имеет вид:

$$j_\varphi(\rho, \varphi, z) = \eta_\varphi(\varphi, z) \delta(\rho - a); |z| \leq h, |\varphi| \leq \xi. \quad (4)$$

В данной постановке имеем две компоненты векторного потенциала:

$$\begin{cases} A_p(p) \\ A_\varphi(p) \end{cases} = \int_V j_\varphi(q) \begin{cases} \sin(\varphi - \varphi') \\ \cos(\varphi - \varphi') \end{cases} G(p, q) dV', \quad (5)$$

где функция Грина  $G(p, q)$  определяется следующим образом:

$$G(p, q) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-ikR}}{R}, \quad (6)$$

а для расстояния  $R$  между точкой источника  $q = \{\rho', \varphi', z'\}$  и точкой наблюдения  $p = \{\rho, \varphi, z\}$  в цилиндрической системе координат справедлива формула:

$$R = \sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi') + (z - z')^2}.$$

Выражая напряженности  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  электромагнитного поля через составляющие векторного потенциала (5) и подставляя в (2), в [21] получено СИУ вида ( $t, t' \in [-1; 1]$ ):

$$\begin{aligned} \sigma E_\varphi^{(n)}(t) = & \int_{-1}^1 f(t') R_1(t, t') dt' - \\ & - \int_{-1}^1 f'(t') R_2(t, t') dt' - \\ & - \vartheta^2 \xi^2 \int_{-1}^1 f(t') \ln|t - t'| dt' + \\ & + \int_{-1}^1 \frac{f'(t')}{t - t'} dt', \end{aligned} \quad (7)$$

где:

$$R_p(t, t') = \frac{1}{2\pi d \xi} \left[ K_p(t, t') - \lim_{t \rightarrow t'} K_p(t, t') \right];$$

$$p = 1, 2,$$

$$\vartheta = ka, d = h/a. \sigma = 2\pi \vartheta \xi / (iW_c) - \text{константа, } W_c = 2.$$

СИУ (7) решалось методом моментов. Неизвестная функция  $f(t')$  и ее первая производная  $f'(t')$  представляются в виде полиномиальных рядов:

$$f(t') = \sum_{k=1}^N \sqrt{1 - t'^2} A_k U_{k-1}(t'); \quad (8)$$

$$f'(t') = - \sum_{k=1}^N \frac{kA_k T_k(t')}{\sqrt{1-t'^2}}$$

где  $T_k(x)$  – полином Чебышева первого рода порядка  $k$ ,  $U_k(x)$  – полином Чебышева второго рода порядка  $k$ ,  $A_k$  – неизвестные коэффициенты разложения.

В [21] проведено исследование зависимости нормированной амплитудной диаграммы направленности дифрагированного поля:

$$F_\varphi = \frac{|E_\varphi(\rho_0, \varphi)|}{|E_{\varphi \max}(\rho_0, \varphi_0)|}, \tag{9}$$

где  $E_\varphi(\rho, \varphi, z = 0)$  – напряженность дифрагированного электрического поля в азимутальной плоскости дальней зоны ( $k\rho_0 \gg 1$ ), создаваемая поверхностными токами на кольце, от направления падения волны и геометрии разорванного кольца. Показано, что при направлении  $\varphi = 0$  волны на кольцо размера  $L_\varphi = 2l_n / \lambda \approx 1$  ( $\Delta = 9^\circ$ ) можно получить однонаправленный режим распределения дифрагированного поля (рис. 4).

В качестве примера применения киральной структуры на основе металлических разомкнутых колец приведем малоотражающее конформное покрытие объекта, снижающее радиолокационную видимость объекта.

Малоотражающее покрытие состоит из трех слоев: первый слой, лежащий непосредственно на защищаемом объекте – поглотитель выполненный из радиопоглощающего материала, второй и третий слой представляют собой взаимно ортогональные трехмерные решетки в виде одинаково ориентированных разомкнутых металлических плоских колец, внедренных в диэлектрик с относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , зазоры колец ориентированы со стороны поглотителя. Средний радиус плоских колец  $a$  и

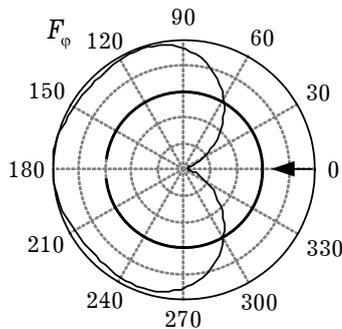


Рис. 4. Распределение величины  $F_\varphi(\varphi)$  в дальней зоне ( $k\rho = 2000$ ) при падении ПЭМВ ( $\varphi_0 = 0$ ) на полукольцо (геометрия структуры приведена непосредственно на графике), имеющее электрическую длину  $L_\varphi = 1.15$

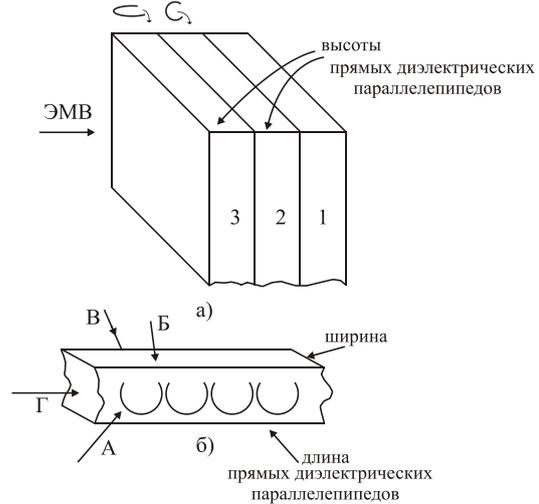


Рис. 5. Структура малоотражающего покрытия (а) и прямой диэлектрический параллелепипед с решеткой в виде одинаково ориентированных разомкнутых плоских колец на одной из его поверхностей (б) для создания 3 и 2 слоев поглощающего покрытия со взаимно ортогональными трехмерными решетками: 3 – слой, составленный из горизонтально склеенных диэлектрических параллелепипедов (б); 2 – слой, составленный из вертикально склеенных диэлектрических параллелепипедов; 1 – поглотитель; А,Б,В,Г — обозначение граней прямого параллелепипеда

расстояние между центрами соседних колец  $d$  определяются из соотношений:

$$a = \frac{\lambda_n}{2\pi\sqrt{\epsilon}}, \quad d \leq \frac{\lambda_n}{4\sqrt{\epsilon}},$$

где  $\lambda_n$  — центральная длина волны диапазона ЭМВ, падающих на защищаемый объект (рис. 5).

Способ формирования трехмерных решеток заключается в предварительном создании двухмерных решеток из одинаковых резонансных разомкнутых металлических плоских колец, расположенных на линии, соединяющей их центры на одной из поверхностей, определяющую высоту гибких прямых диэлектрических параллелепипедов с ширинами равными расстоянию между соседними центрами разомкнутых колец и длинами определяемыми размерами защищаемого объекта. Зазоры в разомкнутых кольцах ориентированы перпендикулярно к одному из ребер поверхности прямого диэлектрического параллелепипеда, на которой сформирована двумерная решетка. Разомкнутые кольца могут выполняться из металла, печатанием их рисунков электропроводной краской, пастой, клеем, либо используются методы напыления. Способ создания конформного малоотражающего покрытия следующий. На первом этапе на защищаемый объект наносится слой поглотителя. При создании второго слоя поверхности (границы) с двумерными решетками гибких пря-

мых диэлектрических параллелепипедов последовательно одновременно приклеиваются в горизонтальных плоскостях к противоположным поверхностям по отношению к двумерным решеткам следующих прямых гибких диэлектрических параллелепипедов и перпендикулярной поверхности (границы) прямого гибкого диэлектрического параллелепипеда к слою поглотителя так, чтобы ориентации разрывов были направлены к поглотителю. Для создания третьего слоя с трехмерной решеткой из резонансных колец прямые гибкие диэлектрические параллелепипеды последовательно склеиваются между собой в вертикальных плоскостях и одновременно приклеиваются к поверхности второго слоя.

Возможные области применения: защитные малоотражающие покрытия для поверхностей самолетов, космических аппаратов и других объектов и устройств специального и бытового назначения.

Такое малоотражающее покрытие может быть использовано в наземной, наводной, авиационной и космической технике, а также в объектах и устройствах бытового назначения для уменьшения радиолокационной заметности объектов.

#### 4. Излучение цилиндрической спиральной антенны

В качестве второго примера предложенного алгоритма кратко опишем электродинамический анализ цилиндрической спиральной антенны (рис. 6). Метод задачи кратко описан в [24]. Ниже лишь кратко укажем на основные моменты алгоритма и физические результаты анализа.

Вначале приведем основные обозначения геометрии антенны и физических параметров антенны. Цилиндрическая спиральная антенна (ЦСА) представляет собой идеально проводящий бесконечно тонкий проводник шириной  $2l \ll \lambda$ , свернутый в спираль радиуса  $a$  (рис. 6), имеющую угловую ширину  $2\xi$  и расположенную симметрично относительно начала координат. Расстояние между витками  $l_g = 2\pi h$ . Параметр  $h$  будем называть коэффициентом подъема. Он является постоянным и не зависит от координат  $\rho$  и  $z$ , что соответствует винтовой спирали с линейным шагом. Линейная длина спирали  $L_{cn}$  и

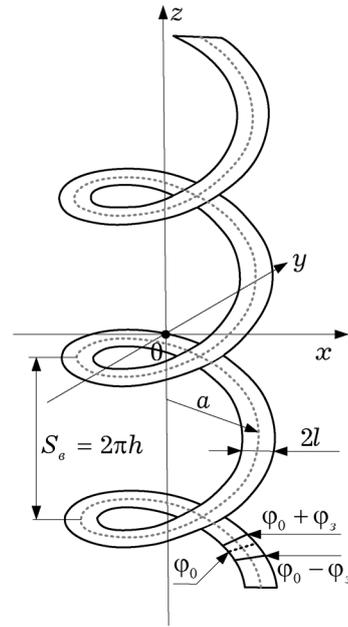


Рис. 6. Цилиндрическая спиральная антенна

угол намотки  $\alpha(\rho)$ :

$$L_{cn} = 2\xi\sqrt{a^2 + h^2}, \quad \alpha(\rho) = \arctg(h / \rho).$$

Приведем лишь основные моменты вывода сингулярного интегрального уравнения. В данной постановке задачи имеем три компоненты векторного потенциала [26]:

$$\begin{cases} A_\rho(p) \\ A_\varphi(p) \\ A_z(p) \end{cases} = \frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{\eta_\tau(s)}{\sqrt{h^2 + \rho'^2}} \times \\ \times \begin{cases} \rho' \sin(\varphi - \varphi') \\ \rho' \cos(\varphi - \varphi') \\ h \end{cases} \frac{e^{-ikR}}{R} ds. \quad (10)$$

Здесь  $s = \{\rho', \varphi'\}$  – точка поверхности  $S : \{\rho' \in [a - l, a + l], \varphi' \in [-\xi, \xi]\}$ ,  $ds = \rho' d\rho' d\varphi'$  – бесконечно малый ее элемент,  $p = \{\rho, \varphi, z\}$  – точка наблюдения векторного потенциала поля  $\vec{A}$ ,

$$R = \sqrt{\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi') + (z - h\varphi')^2}.$$

– расстояние между точкой излучения и точкой источника.

Учитывая связь между векторным потенциалом  $\vec{A}$  и вектором напряженности электрического поля  $\vec{E}$  [26], для составляющих  $E_\varphi$  и  $E_z$  можно записать следующие дифференциальные соотношения:

$$\begin{aligned} \frac{ik}{W_c} E_\varphi &= k^2 A_\varphi + \text{grad}_\varphi \text{div} \vec{A}, \\ \frac{ik}{W_c} E_z &= k^2 A_z + \text{grad}_z \text{div} \vec{A}. \end{aligned} \quad (11)$$

С одного конца в точке  $\varphi_0$ , называемой точкой питания, имеется зазор угловой шириной  $2\varphi_3 \ll \lambda$  ( $|\varphi_0| + |\varphi_3| < \xi$ ), в котором действует сторонняя ЭДС, создающая в зазоре ( $\rho \in [a-l, a+l]$ ,  $\varphi \in [\varphi_0 - \varphi_3, \varphi_0 + \varphi_3]$ ,  $z = h\varphi$ ) продольную составляющую напряженности стороннего электрического поля

$$E_l^{cm}(\rho, \varphi, z) = -E_\varphi(\rho, \varphi, z) \frac{\rho}{\sqrt{h^2 + \rho^2}} - \\ -E_z(\rho, \varphi, z) \frac{h}{\sqrt{h^2 + \rho^2}}.$$

Под действием стороннего электрического поля на поверхности  $S$  ( $\rho \in [a-l, a+l]$ ,  $\varphi \in [-\xi, \xi]$ ,  $z = h\varphi$ ) антенны возникает поверхностный электрический ток, непрерывный в области зазора. Полагая, что полоска узкая, можно считать, что вектор поверхностной плотности тока содержит две компоненты:

$$\vec{\eta}(\rho, \varphi) = \vec{\eta}_\varphi(\rho, \varphi) + \vec{\eta}_z(\rho, \varphi),$$

для которых справедливы следующие соотношения:

$$\eta_\varphi(\rho, \varphi) = \eta_l(\rho, \varphi) \frac{\rho}{\sqrt{h^2 + \rho^2}}, \\ \eta_z(\rho, \varphi) = \eta_l(\rho, \varphi) \frac{h}{\sqrt{h^2 + \rho^2}},$$

где  $\eta_l(\rho, \varphi)$  – неизвестная пока функция, описывающая распределение продольной компоненты вектора поверхностной плотности тока по спирали. Подобные соотношения применимы и для составляющих электрического поля на металле.

На поверхности  $S$  антенны, представляющей собой идеально проводящий металл, для продольных компонент напряженностей электрического поля выполняется граничное условие:

$$E_l + E_l^{cm} = 0, \quad (12)$$

где

$$E_l(\rho, \varphi, z) = E_\varphi(\rho, \varphi, z) \frac{\rho}{\sqrt{h^2 + \rho^2}} + \\ + E_z(\rho, \varphi, z) \frac{h}{\sqrt{h^2 + \rho^2}}$$

– поле, создаваемое продольной составляющей поверхностной плотности тока  $\eta_l$ ,  $E_l^{cm}$  – поле, возникающее под действием стороннего источника. Для задач на собственное излучение сторонний источник – ЭДС в зазоре, для дифракционных задач – падающая электромагнитная волна. Заметим, что в соответствии с параметрами  $a, \xi, h, l$  цилиндрическая спираль обладает

четырьмя степенями свободы.

В [24] для описания цилиндрической спиральной антенны получено СИУ ( $t \in [-1, 1]$ ):

$$-\sigma E_l^{cm}(t) = \int_{-1}^1 \eta(t') D(t, t') dt' + \\ + (1 - \vartheta^2) \int_{-1}^1 \eta(t') \ln |t - t'| dt' + \\ + \frac{2}{\rho^2} \int_{-1}^1 \frac{\eta(t')}{(t - t')^2} dt' \quad (13)$$

с регулярным ядром

$$D(\tau) = K(\tau) - \lim_{\tau \rightarrow 0} K(\tau), \quad \sigma = \frac{4\pi i k}{W_c}.$$

Решать СИУ (13) можно различными методами. В данной работе использовался метод ортогонализирующей подстановки, подробно описанный в [30]. Здесь мы только укажем, что суть его сводится к поиску решения в виде конечного полиномиального ряда, учитывающего граничные условия для тока на концах полоски ( $I(|\xi|) = 0$ ):

$$\eta(t) = \sqrt{1 - t^2} \sum_{k=0}^N A_k U_k(t). \quad (14)$$

Здесь  $U_k(t)$  – полиномы Чебышева второго рода порядка  $k$ ,  $A_k$  – неизвестные коэффициенты, которые находятся из соответствующей системы линейных алгебраических уравнений. При численном моделировании использовалась аппроксимация стороннего электрического поля в зазоре в виде:

$$E_l^{cm}(t) = \frac{1}{2\xi b \sqrt{a^2 + h^2}} \begin{cases} 1, & t \in [b_0 - b, b_0 + b], \\ 0, & t \notin [b_0 - b, b_0 + b]. \end{cases}$$

где  $2b = 2\varphi_3 / \xi$  нормированная ширина зазора ( $b \ll 1$ ),  $b_0 = \varphi_0 / \xi$  – нормированная координата точки питания ( $|b_0| \leq 1$ ).

На основании СИУ (13) исследованы различные режимы тока (бегущий или смешанный) по антенне. Установлено, что не при любом значении коэффициента подъема  $h$  спиральная антенна работает как решетка, составленная из колец [23].

## 5. Дифракция плоской электромагнитной волны на планарной спиральной структуре

Исследуемая структура представляет собой архимедову спираль, лежащую в плоскости ХоУ

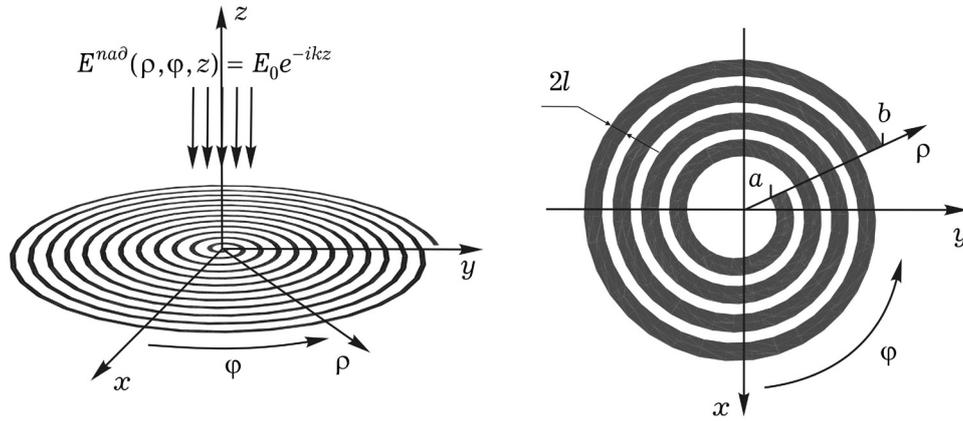


Рис. 7. Геометрия задачи

(рис.7). Спираль образована узкой ( $2l \ll \lambda$ , где  $\lambda$  - длина падающей волны), бесконечно тонкой, идеально проводящей полоской, находящейся в свободном пространстве с характеристическим сопротивлением  $W_c$ . Начальный радиус спирали -  $a$ ; конечный радиус -  $b$ ; коэффициент намотки, показывающий, на сколько увеличивается радиус спирали при совершении одного полного оборота -  $2\pi h$ . Будем считать, что  $2\pi h \ll b$ , и поэтому вектор объемной плотности тока содержит только азимутальную компоненту:

$$\vec{j} = \vec{\varphi}_0 j_\varphi. \quad (15)$$

На структуру под углом  $90^\circ$  падает плоская электромагнитная волна (ПЭМВ) с круговой поляризацией, которую можно описать уравнением:

$$E_\varphi^{nad}(\rho, \varphi, z) = E_0 e^{-ikz}, \quad (16)$$

где  $E_0$  - амплитуда ПЭМВ,  $k = 2\pi/\lambda$  - волновое число среды.

На идеально проводящей поверхности спирали для азимутальной составляющей напряженности электрического поля выполняется граничное условие

$$E_\varphi^{nad} + E_\varphi = 0, \quad (17)$$

где  $E_\varphi$  - напряженность электрического поля, создаваемая объемной плотностью тока  $\vec{j} = \vec{\varphi}_0 j_\varphi$  на полоске, наведенной ПЭМВ  $E_\varphi^{nad}$ .

В данной постановке задачи имеем две компоненты векторного потенциала  $\vec{A}$ :

$$\begin{cases} A_p(p) \\ A_\varphi(p) \end{cases} = \frac{1}{4\pi} \int_{V'} j_\varphi(q) \times \begin{cases} \sin(\varphi - \varphi') \\ \cos(\varphi - \varphi') \end{cases} G(p, q) dV'. \quad (18)$$

Здесь  $q = q(\rho', \varphi', z')$  - точка источника поля (точка  $q$  принадлежит поверхности спирали),  $p = p(\rho, \varphi, z)$  - точка наблюдения (под точкой  $p$

понимается любая точка пространства). Интегрирование ведется по объему  $V'$ , занимаемому спиралью,  $dV' = \rho' d\rho' d\varphi' dz'$  - бесконечно малый элемент объема, записанный в цилиндрической системе координат.

$$G(p, q) = \frac{e^{-ikR}}{R} \quad (19)$$

- свернутая запись функции Грина для свободного пространства,

$$R = \sqrt{\varpi(\tau, \tau')^2 + (z - z')^2} \quad (20)$$

- расстояние между точками  $p$  и  $q$  в цилиндрической системе координат  $\{\rho, \varphi, z\}$ ,

$$\varpi(\tau, \tau')^2 = \rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos(\varphi - \varphi') \quad (21)$$

- расстояние между точками  $\tau = \{\rho, \varphi\}$  и  $\tau' = \{\rho', \varphi'\}$ , лежащими в плоскости спирали. Векторный потенциал и компонента электрического поля  $E_\varphi$  связаны дифференциальным соотношением [1]:

$$\begin{aligned} \frac{ik}{W_c} E_\varphi &= k^2 A_\varphi + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} A_\varphi + \\ &+ \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial \rho} (\rho A_\rho). \end{aligned} \quad (22)$$

Подставляя (18) в (22) и совершая необходимые операции дифференцирования, получаем интегральную запись компоненты  $E_\varphi$  в точке  $p$ , создаваемую объемной плотностью тока  $j_\varphi$  на спирали:

$$\frac{4\pi ik}{W_c} E_\varphi(p) = \int_{V'} j_\varphi(q) M(p, q) dV'. \quad (23)$$

Здесь:

$$\begin{aligned} M(p, q) &= \cos(\varphi - \varphi') \left[ k^2 \frac{e^{-ikR}}{R} - \right. \\ &\left. - \left( ik \frac{e^{-ikR}}{R^2} + \frac{e^{-ikR}}{R^3} \right) \right] - \end{aligned}$$

$$-\rho\rho' \frac{\sin(\varphi - \varphi')^2}{R^2} \left[ k^2 \frac{e^{-ikR}}{R} - 3 \left( ik \frac{e^{-ikR}}{R^2} + \frac{e^{-ikR}}{R^3} \right) \right].$$

Азимутальные компоненты поверхностной и объемной плотностей тока связаны следующим соотношением:

$$j_\varphi(\rho, \varphi, z) = \eta_\varphi(\varphi, z)\delta(\rho), \quad (24)$$

где  $\delta(x)$  - дельта функция Дирака:

$$\delta(x - x') = \begin{cases} \infty, & x = x', \\ 0, & x \neq x', \end{cases} \quad (25)$$

обладающая фильтрующим свойством:

$$\int f(x)\delta(x - x')dx = f(x'), \quad (26)$$

$\rho = \rho(\varphi) = a + h(\xi + \varphi)$  - уравнение образующей спирали,  $\varphi \in [-\xi, \xi]$ ;  $2\xi$  - угловая ширина спирали.

Относительно поверхностной плотности тока  $\eta_\varphi(\varphi, z)$  при  $z = 0$  имеем:

$$\frac{4\pi lk}{W_c} E_\varphi(\tau) = \int_{-\xi-l}^{\xi} \int_{-l}^l \eta_\varphi(\varphi', z') \times M_1(\tau, \tau', z') \rho' d\rho' d\varphi'. \quad (27)$$

В (27)  $M_1(\tau, \tau', z') = M(\tau, \tau', 0, z')$ . Вводя нормированные переменные  $\varphi = \xi t$ ,  $\varphi' = \xi t'$ ,  $x = z'/l$  при  $\rho = a + h(\xi + \varphi)$ ,  $\rho' = a + h(\xi + \varphi')$ ,  $\zeta = h/l$ ,  $d = a/l$ ,  $\vartheta = kl$ , и используя граничное условие (17), получаем двумерное интегральное представление напряженности электрического поля падающей ПЭМВ на спирали  $t \in [-1; 1]$ :

$$\sigma E_\varphi^{nad}(t) = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \eta_\varphi(t', x) M(t, t', x) dt' dx, \quad (28)$$

где:

$$M(t, t', x) = C_\alpha(t, t') M_\alpha(t, t', x) + C_\beta(t, t') M_\beta(t, t', x), \quad (29)$$

- подынтегральная функция разностного ядра,

$$C_\alpha(t, t') = \frac{d + \zeta\xi(1+t')}{d} \cos(\xi(t-t')),$$

$$C_\beta(t, t') = -\frac{d + \zeta\xi(1+t')}{d} \times$$

$$\times \frac{(d + \xi\zeta(1+t))(d + \xi\zeta(1+t')) \operatorname{sinc}(\xi(t-t'))^2}{\zeta^2 + (d + \zeta\xi(1+t))(d + \zeta\xi(1+t')) \operatorname{sinc}(\xi(t-t')/2)^2},$$

- гладкие функции,

$$\operatorname{sinc}(x) = \sin(x)/x, \quad (31)$$

$$M_\alpha(t, t', x) = \vartheta^2 \frac{e^{-i\vartheta R}}{R} - i\vartheta \frac{e^{-i\vartheta R}}{R^2} - \frac{e^{-i\vartheta R}}{R^3},$$

$$M_\beta(t, t', x) = \frac{\varpi(t, t')^2}{R^2} \times \quad (32)$$

$$\times \left( \vartheta^2 \frac{e^{-i\vartheta R}}{R} - 3i\vartheta \frac{e^{-i\vartheta R}}{R^2} - 3 \frac{e^{-i\vartheta R}}{R^3} \right)$$

- особые функции,

$$\varpi(t, t') = f(t, t')(t - t') \quad (33)$$

- расстояние между точками  $t$  и  $t'$ ,

$$f(t, t')^2 = \xi^2 \left( \zeta^2 + (d + \zeta\xi(1+t)) \times \right. \\ \left. \times (d + \zeta\xi(1+t')) \sin \left( \xi \frac{t-t'}{2} \right)^2 \right) \quad (34)$$

- функция перед сингулярностью,

$$R = \sqrt{\varpi(t, t')^2 + x^2} \quad (35)$$

- расстояние между точками  $\{x, t\}$  и  $\{x, t'\}$ ,

$\sigma = -4\pi i \vartheta / (W_c \xi d)$  - константа. Учитывая тот факт, что полоска узкая ( $2l \ll \lambda$ ), распределение поверхностной плотности тока по ее ширине можно считать квазистатическим:

$$\eta_\varphi(t', x) = \frac{I(t')}{l\sqrt{1-x^2}}. \quad (36)$$

Подставляя (36) в (28), получаем одномерное интегральное представление напряженности электрического поля падающей ПЭМВ на спирали  $t \in [-1; 1]$ :

$$\sigma E_\varphi^{nad}(t) = \int_{-1}^1 I(t') K(t, t') dt', \quad (37)$$

где

$$K(t, t') = \int_{-1}^1 \frac{M(t, t', x)}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad (38)$$

- ядро интегрального представления.

Ядро  $K(t, t')$  интегрального представления (37) в неявном виде содержит особенности различных типов. Не приводя подробных выводов, запишем предельные соотношения интеграла (38) для особых функций (32):

$$S_\alpha(t, t') = \lim_{t \rightarrow t'} \int_{-1}^1 \frac{M_\alpha(t, t', x)}{\sqrt{1-x^2}} dx =$$

$$= -\frac{2}{f(t, t')^2} \frac{1}{(t-t')^2} + (1 - \vartheta^2) \ln |t - t'|, \quad (39)$$

$$S_\beta(t, t') = \lim_{t \rightarrow t'} \int_{-1}^1 \frac{M_\beta(t, t', x)}{\sqrt{1-x^2}} dx =$$

$$= -\frac{4}{f(t, t')^2} \frac{1}{(t - t')^2}.$$

Таким образом, компоненты ядра (38) можно представить в виде суммы регулярной  $R_{\alpha(\beta)}(t, t')$  и сингулярной  $S_{\alpha(\beta)}(t, t')$  частей:

$$K_{\alpha(\beta)}(t, t') = R_{\alpha(\beta)}(t, t') + S_{\alpha(\beta)}(t, t'). \quad (40)$$

Здесь:

$$K_{\alpha(\beta)}(t, t') = \int_{-1}^1 \frac{M_{\alpha(\beta)}(t, t', x)}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad (41)$$

$$R_{\alpha(\beta)}(t, t') = \int_{-1}^1 \frac{M_{\alpha(\beta)}(t, t', x)}{\sqrt{1-x^2}} dx - S_{\alpha(\beta)}(t, t').$$

Подставляя (40) в (37), получаем сингулярное интегральное уравнение (СИУ) вида ( $t \in [-1; 1]$ ):

$$\sigma E_{\varphi}^{nad}(t) = \int_{-1}^1 I(t') R(t, t') dt' + \int_{-1}^1 I(t') \times$$

$$\times \left( \text{Lg}(t, t') \ln |t - t'| + \frac{\text{Gc}(t, t')}{(t - t')^2} \right) dt', \quad (42)$$

где:

$$R(t, t') = C_{\alpha}(t, t') R_{\alpha}(t, t') + C_{\beta}(t, t') R_{\beta}(t, t') \quad (43)$$

- регулярное ядро СИУ,

$$\text{Lg}(t, t') = (1 - \mathcal{G}^2) C_{\alpha}(t, t'),$$

$$\text{Gc}(t, t') = -2 \frac{C_{\alpha}(t, t') + 2C_{\beta}(t, t')}{f(t, t')^2} \quad (44)$$

- гладкие функции - коэффициенты перед сингулярными операторами.

Рассмотрим компоненту  $E_{\varphi}$  напряженности электрического поля в дальней и средней зонах излучения, где она является доминирующей. В данном случае вектор объемной плотности тока (24) можно записать в упрощенном виде:

$$\vec{j}(\rho, \varphi, z) = \vec{\varphi}_0 I(\varphi) \delta(z) \delta(\rho), \quad (45)$$

здесь  $\delta(x)$  - дельта функция Дирака;  $\rho = \rho(\varphi) = a + h(\xi + \varphi)$ ,  $\varphi \in [-\xi; \xi]$ ;  $I(\varphi)$  - полный ток через образующую спирали. Подставляя (45) в (23), получаем компоненту  $E_{\varphi}$  в точке  $p$  свободного пространства, создаваемую полным током  $I(\varphi)$ :

$$E_{\varphi}(p) = \frac{W_c}{4\pi i k} \int_{-\xi}^{\xi} I(\varphi') M(p, \varphi') d\varphi, \quad (46)$$

здесь:

$$M(p, q) = \cos(\varphi - \varphi') \left[ k^2 \frac{e^{-ikR}}{R} - \right. \quad (47)$$

$$\left. - \left( ik \frac{e^{-ikR}}{R^2} + \frac{e^{-ikR}}{R^3} \right) \right] - \rho \rho' \frac{\sin(\varphi - \varphi')^2}{R^2}$$

$$\times \left[ k^2 \frac{e^{-ikR}}{R} - 3 \left( ik \frac{e^{-ikR}}{R^2} + \frac{e^{-ikR}}{R^3} \right) \right]$$

- функция, определяющая излучение,

$$R = \sqrt{\varpi(\tau, \tau')^2 + z^2} \quad (48)$$

- расстояние от точек источника до точки излучения,

$$\varpi(\rho, \varphi, \varphi')^2 = \rho^2 + (a + h(\xi + \varphi))^2 -$$

$$- 2\rho(a + h(\xi + \varphi)) \cos(\varphi - \varphi')$$

- расстояние между точками, лежащими в плоскости спирали.

Производя замену  $\varphi' = \xi t$ , получаем:

$$E_{\varphi}(p) = \frac{W_c \xi}{4\pi i k} \int_{-1}^1 I(t) M(p, t) dt, \quad (49)$$

$$\varpi(\rho, \varphi, t)^2 = \rho^2 + (a + h\xi(1+t))^2 -$$

$$- 2\rho(a + h\xi(1+t)) \cos(\varphi - \xi t). \quad (50)$$

Переходя в сферическую систему координат с помощью соотношений  $\rho = r \sin \theta$ ,  $z = r \cos \theta$  и нормируя все координаты в (49) на длину излучаемой волны  $\lambda$ , получаем выражение для расчета напряженности электрического поля в дальней и средней зонах излучения:

$$E_{\varphi}(p_{\lambda}) = \frac{W_c \xi}{4\pi i k_{\lambda} \lambda^2} \int_{-1}^1 I(t) A(p_{\lambda}, t) e^{-ik_{\lambda} R_{\lambda}} dt, \quad (51)$$

$$p_{\lambda} = \{r_{\lambda}, \theta, \varphi\},$$

здесь:

$$A(p_{\lambda}, t) = \cos(\varphi - \xi t) \left( \frac{k_{\lambda}^2}{R_{\lambda}} - \frac{ik_{\lambda}}{R_{\lambda}^2} - \frac{1}{R_{\lambda}^3} \right) -$$

$$- r \sin \theta (a_{\lambda} + h_{\lambda} \xi(1+t)) \times$$

$$\times \frac{\sin(\varphi - \xi t)^2}{R_{\lambda}^2} \left( \frac{k_{\lambda}^2}{R_{\lambda}} - \frac{3ik_{\lambda}}{R_{\lambda}^2} - \frac{3}{R_{\lambda}^3} \right) \quad (52)$$

- функция, определяющая амплитуду излучения в точке  $p_{\lambda} = \{r_{\lambda}, \theta, \varphi\}$ ,  $e^{-ik_{\lambda} R_{\lambda}}$  - множитель, описывающий бегущую волну излучения в точке  $p_{\lambda} = \{r_{\lambda}, \theta, \varphi\}$ ,

$$R_{\lambda} = \sqrt{\varpi_{\lambda}(p_{\lambda}, t)^2 + r_{\lambda}^2 \cos^2 \theta} \quad (53)$$

- расстояние между точками спирали и точкой наблюдения,

$$\varpi_{\lambda}(p_{\lambda}, t)^2 = r_{\lambda}^2 \sin^2 \theta + (a_{\lambda} + h_{\lambda} \xi(1+t))^2 -$$

$$- 2r_{\lambda} \sin \theta (a_{\lambda} + h_{\lambda} \xi(1+t)) \cos(\varphi - \xi t), \quad (54)$$

$$r_{\lambda} = r / \lambda, a_{\lambda} = a / \lambda, h_{\lambda} = h / \lambda, k_{\lambda} = 2\pi$$

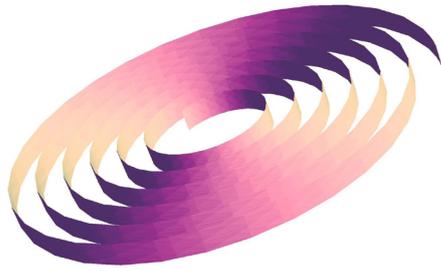


Рис. 8. Форма исследуемой спирали

- нормированные переменные.

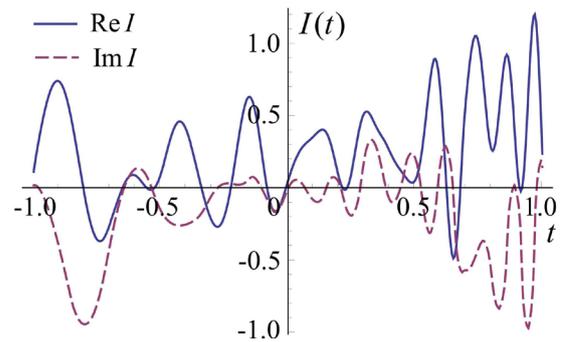
В качестве объекта исследования была выбрана спираль, показанная на рис.8.

Форма имеет четыре безразмерных параметра:

- минимальный радиус формы:  $a_f$
- максимальный радиус формы:  $b_f$
- коэффициент намотки формы:  $h_f$
- ширина полоски формы:  $2l_f$

Умножая приведенные безразмерные параметры на коэффициент формы  $K_f$ , численно равный длине волны, получаем размеры структуры, отнесенные к длине волны:

- минимальный радиус:  $a / \lambda = a_f K_f$
- максимальный радиус:  $b / \lambda = b_f K_f$
- коэффициент намотки:  $h / \lambda = h_f K_f$
- ширина полоски:  $2l / \lambda = 2l_f K_f$

Рис. 9. Распределение тока по спирали,  $K_f = 0.5$ 

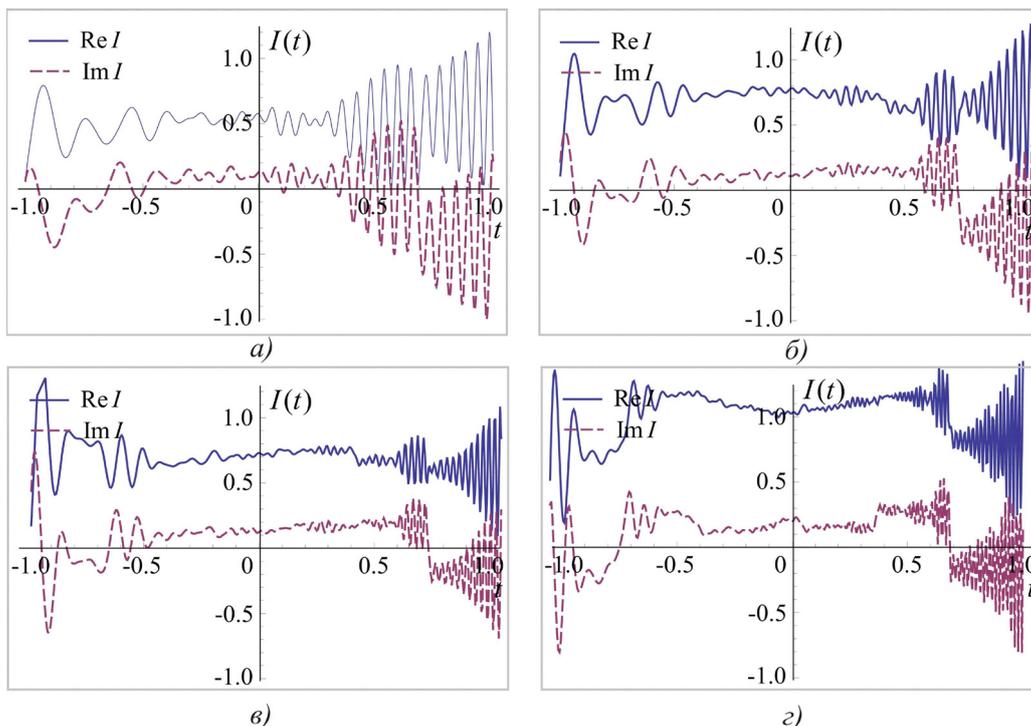
Для простоты расчетов использовалась спираль в виде, показанном на рис. 8. В расчетах и на рис.8 использовались следующие коэффициенты:  $a_f = 0.2$ ,  $b_f = 1.0$ ,  $h_f = 0.02$ ,  $2l / \lambda = 0.1$ . Таким образом,  $K_f$  численно равен  $b / \lambda$ , т.е. радиусу спирали, отнесенному к длине волны.

На рис.9. приведено нормированное распределение тока для случая  $K_f = 0.5$ .

Распределение довольно трудно поддается анализу. На рис.10 а-г показаны нормированные распределения тока при различных значениях  $K_f$ .

Как видно из рисунков, здесь уже четко наблюдаются некоторые тенденции.

1. В целом форма огибающей распределений совпадает, что говорит о широкополосности структуры

Рис. 10. Распределение тока по спирали при различных значениях  $K_f$ : а) -  $K_f = 1$ , б) -  $K_f = 1.5$ , в) -  $K_f = 2$ , г) -  $K_f = 3$

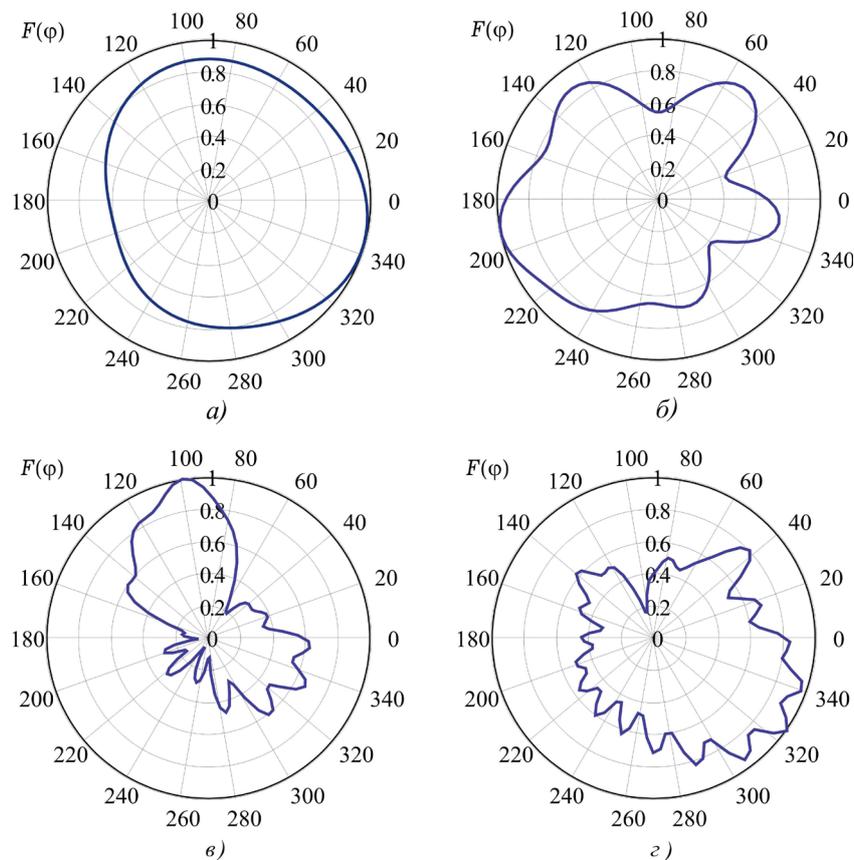


Рис. 11. Амплитудные диаграммы направленности в азимутальной плоскости при различных значениях  $K_f$ : а) -  $K_f = 0.5$ , б) -  $K_f = 1.5$ , в) -  $K_f = 2$ , г) -  $K_f = 3$

2. В распределениях можно условно выделить три участка:

- участок, соответствующий внутреннему свободному витку  $t \approx [-1; -0.8]$ , на котором наблюдается всплеск амплитуды тока
- участок, соответствующий внешнему свободному витку  $t \approx [0.8; 1]$ , на котором наблюдается краевой эффект в виде нарастающих по амплитуде осцилляций
- участок, находящийся между внутренним и внешним свободными витками спирали  $t \approx [-0.8; 0.8]$ , на котором распределение тока является относительно постоянной функцией. Именно он вносит наиболее значимый вклад в излучение структуры.

Анализ распределений, приведенных на рис.10, позволяет сделать следующий важный вывод: при определении поля дифракции в дальней зоне амплитуду распределения тока по длине плоской спирали с малым шагом намотки можно считать постоянной.

**Анализ азимутальных распределений поля.** Под азимутальными распределениями поля будем понимать нормированные амплитудные диаграммы направленности в дальней зоне и сред-

ней зонах излучения:

$$F(\varphi) = \frac{|E_{\varphi}(r_{\lambda}, \theta_0, \varphi)|}{|E_{\varphi}(r_{\lambda}, \theta_0, \varphi_{\max})|},$$

где  $E_{\varphi}$  определяется выражением,  $r_{\lambda} \gg \lambda = 10\lambda$ ,  $\theta_0 = 90^\circ$ ;  $\varphi_{\max}$  - азимут, на котором  $|E_{\varphi}(r_{\lambda}, \theta_0, \varphi)|$  принимает максимальное значение. Амплитудные диаграммы направленности (ДН) в азимутальной плоскости спирали при различных значениях коэффициента формы  $K_f$ , рассчитанные при полученных ранее распределениях тока, показаны на рис.11. Как видно из рисунков, диаграммы не имеют нулей излучения, лепестки выражены слабо, и с увеличением  $K_f$  их число увеличивается.

**Анализ распределений поля в меридианной плоскости.** Под меридианными распределениями поля будем понимать нормированные амплитудные диаграммы направленности в дальней зоне и средней зонах излучения:

$$F(\theta) = \frac{|E_{\varphi}(r_{\lambda}, \theta, \varphi_0)|}{|E_{\varphi}(r_{\lambda}, \theta_{\max}, \varphi_0)|},$$

где  $E_{\varphi}$  определяется выражением (51),  $r_{\lambda} \gg \lambda = 10\lambda$ ,  $\varphi_0 = 0^\circ$ ;  $\theta_{\max}$  - меридиан, на котором  $|E_{\varphi}(r_{\lambda}, \theta, \varphi_0)|$  принимает максимальное зна-

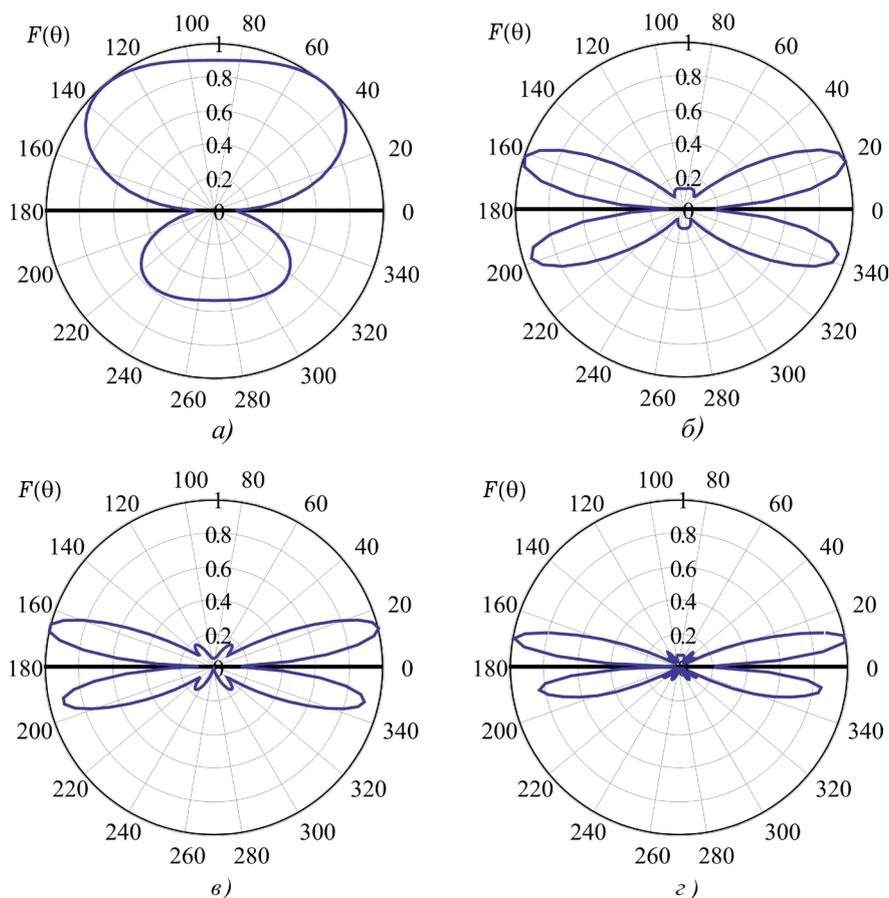


Рис. 12. Амплитудные диаграммы направленности в меридианной плоскости при различных значениях  $K_f$  :  
 а) -  $K_f = 0.5$ , б) -  $K_f = 1.5$ , в) -  $K_f = 2$ , г) -  $K_f = 3$

чение. Амплитудные диаграммы направленности в меридианной плоскости спирали при различных значениях коэффициента формы  $K_f$ , рассчитанные при полученных ранее распределениях тока, показаны на рис.12. Жирной линией показана ось спирали. Из рисунков видно, что при значениях  $K_f \leq 0.5$  излучение происходит в плоскости спирали, а диаграмма направленности (ДН) такой спирали в меридианной плоскости при уменьшении  $K_f$  будет приближаться к ДН электрически малой рамки с током. При увеличении  $K_f$  до единицы в верхней полуплоскости (левая часть диаграмм) появляются два главных лепестка, с максимумами излучения  $\theta_{\max} \approx \pm 20^\circ$  от оси спирали. При дальнейшем увеличении  $K_f$  происходит обострение и сближение максимумов излучения с осью спирали, а также увеличивается число боковых лепестков. Следует отметить, что уровень боковых лепестков сравнительно низок, в отличие от уровня боковых лепестков в ДН кольцевой рамочной антенны.

Четкого отражения электромагнитной волны в направлении оси спиральной структуры не происходит. Осевое отражение (вдоль оси спи-

ральной антенны) следует ожидать для двухзаходной спиральной структуры: качественное моделирование для такой структуры было проведено в пакете «Microwave Office».

## Литература

1. Физический энциклопедический словарь / Под ред. А. М. Прохорова. – М.: Большая российская энциклопедия, 1995. – 928 с.
2. Трапезов О.В. Эволюционирующие системы левосторонне-асимметричны? // [http://www.philosophy.nsc.ru/life/journals/philsience/2\\_96/05\\_trap.htm](http://www.philosophy.nsc.ru/life/journals/philsience/2_96/05_trap.htm).
3. Волькенштейн М.В. Молекулярная оптика. – М.-Л.: Наука, 1951.
4. Беляков В.А., Дмитриенко В.Е., Орлов В.П. Оптика холестерических жидких кристаллов // Успехи физических наук, 1979. – Т.127. – Вып.2. – С.221-261.
5. Де Жен П. Физика жидких кристаллов. – М.: Мир, 1977.
6. Неганов В.А., Осипов О.В. Электродинамика отражающих и волноведущих структур с искусственными киральными слоями // Успехи современной радиоэлектроники, 2005. – №8. – С.20-45.
7. Lindell I.V., Sihvola A.H., Tretyakov S.A., Viitanen A.J.

- Electromagnetic waves in chiral and bi-isotropic media. London: Artech House, 1994. – 291 p.
8. *Каценеленбаум Б.З., Коршунова Е.Н., Сивов А.Н., Шатров А.Д.* Киральные электродинамические объекты // Успехи физических наук, 1997. – Т.167. – №11. – С.1201-1212.
  9. *Laktakia A., Varadan V.K., Varadan V.V.* Time-harmonic electromagnetic fields in chiral media. Lecture Notes in Physics. Berlin: Heidelberg and Boston: Springer-Verlag, 1989. – 121 p.
  10. *Третьяков С.А.* Электродинамика сложных сред: киральные, биизотропные и некоторые бианизотропные материалы // Радиотехника и электроника, 1994. – Т.39. – №10. – С.1457-1470.
  11. *Неганов В.А., Осипов О.В.* Отражающие, волноведущие и излучающие структуры с киральными элементами – М.: Радио и связь, 2006. – 280с.
  12. *Шевченко В.В.* Дифракция на малой киральной частице // Радиотехника и электроника, 1995. – Т.40. – №12. – С.1777-1788.
  13. *Tretyakov S.A., Mariotte F.* Maxwell Garnett modeling of uniaxial chiral composites with bianisotropic inclusions // Journal of electromagnetic waves and applications, 1995. – V.9. – №7,8 – С.1011-1025.
  14. *Просвирнин С.Л.* Преобразование поляризации при отражении волн микрополосковой решеткой из элементов сложной формы // Радиотехника и электроника, 1999. – Т.44. – №6. – С.681-686.
  15. *Prosvirnin S.L.* Analysis of electromagnetic wave scattering by plane periodical array of chiral strip elements // Proceedings of 7-th International Conference on Complex Media «Bianisotropic-98», 3-6 June 1998. – P.185-188.
  16. *Arnaut L.R.* Mutual coupling in arrays of planar chiral structures // In Advances in Complex Electromagnetic Materials (ed. by A. Priou, A. Sihvola, S. Tretyakov, A. Vinogradov), Dordrecht-Boston-London: Kluwer Academic Publishers. – 1997. – V.28 – P.293-309.
  17. *Jaggard D., Engheta N., Kowarz M.W., Pelet P., Liu J.C., Kim Y.* Periodic chiral structures // IEEE Trans. – 1989. – V.AP-37. – №11. – P.1447-1452.
  18. *Гуляев Ю.В., Неганов В.А., Осипов О.В., Пряников Е.И.* Новый класс искусственных геометрически – киральных 3D-структур // ДАН, 2008.
  19. *Неганов В.А.* Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики. – М.: Сайнс-Пресс, 2008. – 450 с.
  20. *Неганов В.А.* Киральные метаструктуры на основе металлических разомкнутых колец // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 2007. – С.104-119.
  21. *Неганов В.А., Пряников Е.И., Табаков Д.П.* Дифракция плоской электромагнитной волны Н-поляризации на идеально проводящем разомкнутом кольце // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 2008. – Т.П. – №1. – С.22-29.
  22. *Веселаго В.Г.* Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями  $\epsilon$  и  $\mu$  // Успехи физических наук. – 1967. – Т.92. – №3. – С.517-526.
  23. *Лавров А.С., Резников Г.Б.* Антенно-фидерные устройства. Учебное пособие для вузов. – М.: «Советское радио», 1974. – 368 с.
  24. *Неганов В.А., Табаков Д.П.* Самосогласованный электродинамический анализ цилиндрической спиральной антенны // Антенны, 2009. – В печати.
  25. *Сазонов Д.М.* Антенны и устройства СВЧ. Учебник для радиотехнических специальностей вузов. – М.: Высшая школа, 1988. – 432 с.
  26. *Марков Г.Т., Чаплин А.Ф.* Возбуждение электромагнитных волн. – М. – Л.: Энергия, 1976. – 376 с.
  27. *Никольский В.В., Никольская Т.И.* Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Наука. – 1989. – 544 с.
  28. *Неганов В.А., Осипов О.В., Раевский С.Б., Яровой Г.П.* Электродинамика и распространение радиоволн: Учебное пособие для вузов / под ред. Неганова В.А. и Раевского С.Б. – М.: Радио и связь. – 2005. – 648 с.
  29. *Неганов В.А., Сарычев А.А.* Расчет поля электромагнитной волны, отраженной от идеально проводящей металлической полоски конечной длины, расположенной на диэлектрическом цилиндре // Физика волновых процессов и радиотехнические системы, 2007. – С.95-103.
  30. *Неганов В.А., Нефедов Е.И., Яровой Г.П.* Электродинамические методы проектирования устройств СВЧ и антенн. Учебное пособие для вузов / Под ред. Неганова В.А. — М.: Радио и связь, 2002. — 416 с.