

## Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 621.372.512

## Структурно-параметрический синтез трехэлементных согласующих цепей для пассивного двухполюсника

А.Г. Онищук, Д.В. Пегасин, М.В. Пегасин

Проблемы согласования высокочастотных систем передачи сигналов (СПС) относятся к ключевым проблемам радиотехники, актуальность которых продолжает возрастать с освоением новых диапазонов частот, применением широкополосных сигналов, усложнением электромагнитной обстановки и ужесточением требований к миниатюризации СПС. Пионерские работы в этом направлении относятся к периоду Второй мировой войны и связаны с разработкой радиолокационной техники [1,2]. Для обработки слабых сигналов, отраженных от целей, на фоне помех необходимо обеспечить их передачу с минимальными искажениями, потерями и отражениями. При решении этой задачи широкое применение находят согласующие цепи лестничной структуры. С увеличением числа элементов форма АЧХ и функции коэффициента передачи мощности  $K_p(\omega)$  приближаются к идеальной прямоугольной, однако при этом уменьшается величина среднего значения  $K_p(\omega)$  в полосе согласования и усложняется СПС. В то же время при создании малогабаритных СПС практический интерес представляют цепи, содержащие минимальное число согласующих элементов. К таким цепям относятся трехэлементные согласующие цепи типа П и Т, позволяющие согласовывать между собой любые пассивные двухполюсники (ДП), по крайней мере в ограниченной полосе частот.

## Введение

Для исследования возможностей широкополосного согласования таких цепей можно использовать положения радиомеханики [3], согласно которым пассивная цепь представляется в канонической форме: в виде «ядра» – диссипативного ДП с сопротивлением, равным сопротивлению линии передачи, и «оболочки» – трансформирующего НЧП, который определяет рассогласованность ДП с линией передачи. На круговой диаграмме [4] ядро ДП с сопротивлением, равным сопротивлению линии передачи  $\rho$ , соответствует центру диаграммы, а оболочка определяет разрешенные траектории, обусловленные влиянием трансформирующих элементов.

Отметим, что в 1939 году в работе Дарлингтона [5] впервые была рассмотрена задача представления ДП с известными параметрами в виде НЧП, нагруженного на действительное сопротивление. Такое представление можно рассматривать как прообраз канонического представления ДП. Оно широко использовалось при разработке классических методов синтеза и продолжает развиваться в настоящее время,

в частности в работах [6–8]. Однако метод Дарлингтона имеет существенные ограничения, так как требует знания всех параметров ДП и дает лишь четыре варианта эквивалентных схем.

Ниже рассматриваются произвольные пассивные ДП, свойства которых описываются в общем случае комплексными внешними волновыми и классическими параметрами, такими как коэффициент отражения  $\Gamma(\omega) = \Gamma(\omega)e^{i\varphi(\omega)}$  и сопротивление  $z(\omega) = r(\omega) + ix(\omega)$ . Матрицы рассеяния (передачи) оболочек таких ДП удовлетворяют условиям унитарности (псевдоунитарности):

$$\begin{aligned} S^+ S &= S S^+ = E, \\ T^+ J T &= T J T^+ = J, \\ A^+ Q A &= A Q A^+ = Q, \end{aligned} \quad (1)$$

где знак  $+$  обозначает эрмитово сопряжение;  $E$ ,  $J$ ,  $Q$  – метрические матрицы Грама энергетических пространств сигналов, в которых метрика определяется квадратичной формой действительной мощности:

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 \\ 1/2 & 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Условия (1) позволяют легко установить структуру НЧП оболочек [9]. В то же время классические матрицы передачи удобно использовать для расчета реактивных элементов схем, образующих НЧП.

Идея предлагаемой методики согласования

А.Г. Онищук, Д.В. Пегасин, М.В. Пегасин

г. Минск, Военная академия Республики Беларусь

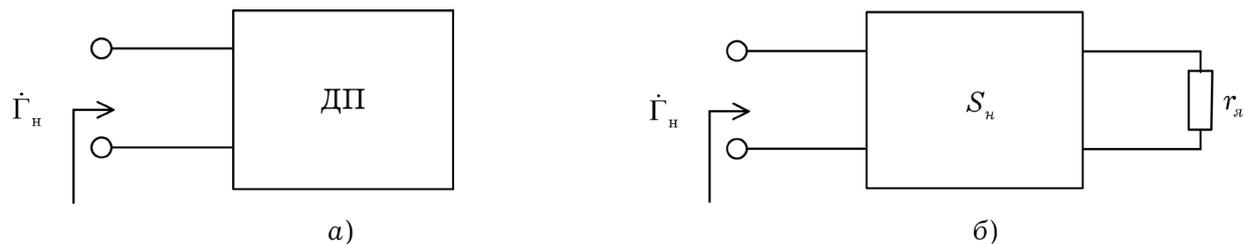


Рис. 1. Пассивный ДП а) и его каноническая структура б)

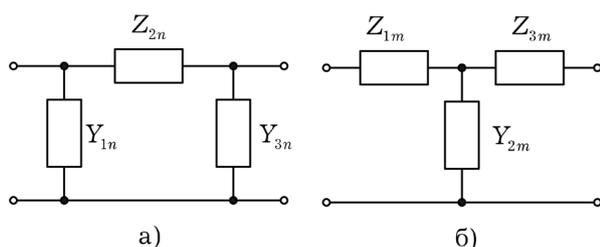


Рис. 2. Структура соединения реактивных элементов: а) типа II; б) типа T

состоит в выделении ядра ДП с помощью согласующего НЧП, структура которого дуальна по отношению к структуре оболочки ДП. При этом классическая матрица передачи согласующего устройства  $A_{cy}$  должна быть равна матрице, обратной матрице НЧП оболочки ДП  $A_o$  ( $A_{cy} = A_o^{-1}$ ).

Цель статьи – изложить методику согласования пассивных ДП с линией передачи с помощью минимального числа согласующих элементов, характерными особенностями которой являются следующие:

- возможность синтеза согласующих цепей по измеренным внешним параметрам ДП;
- определение условий согласования в различных участках частотного диапазона;
- возможность синтеза согласующих цепей минимальной сложности, удовлетворяющих поставленным требованиям;
- возможность оптимального согласования по различным критериям качества.

## 1. Методика структурно-параметрического согласования

Исходными данными для синтеза цепей согласования являются коэффициент отражения  $\dot{\Gamma}(\omega)$  или сопротивление  $\dot{z}(\omega)$  ДП, заданные в диапазоне частот, в который входит полоса согласования. Ниже описан алгоритм решения задачи

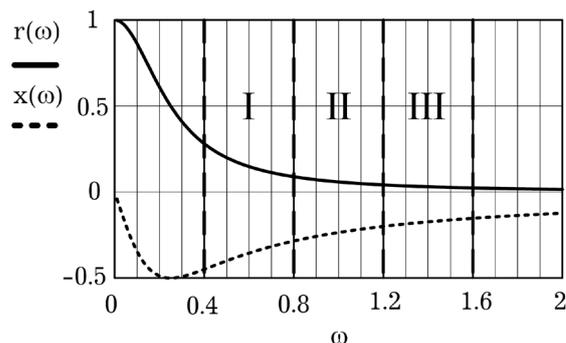


Рис. 3. Зависимости активной и реактивной составляющих согласуемого сопротивления от частоты

согласования для случая, когда ДП условно является правосторонним, т. е. когда величина  $\dot{\Gamma}(\omega)$  определяет коэффициент отражения нагрузки:  $\dot{\Gamma}(\omega) = \dot{\Gamma}_н(\omega)$ . Для левосторонних ДП решение аналогично, с той разницей, что в этом случае  $\dot{\Gamma}(\omega)$  определяет коэффициент отражения источника сигналов  $\dot{\Gamma}(\omega) = \dot{\Gamma}_с(\omega)$ .

Комплексная нагрузка с коэффициентом отражения  $\dot{\Gamma}_н(\omega)$  (ниже –  $\dot{\Gamma}_н$ ) представляется в канонической форме в виде ядра – сопротивления  $r_я = r$  и оболочки – НЧП с унитарной матрицей рассеяния  $S_н$  (рис. 1).

Структура унитарной матрицы  $S_н$  НЧП (оболочки ДП) определяется по известному значению коэффициента отражения  $\dot{s}_{н1} = \dot{\Gamma}$  в пределах заданного диапазона частот с точностью до произвольного фазового множителя (ПФМ)  $e^{i\varphi(\omega)}$  (далее –  $e^{i\varphi}$ ) [9]:

$$S_н = \begin{bmatrix} \dot{s}_{11} & \dot{s}_{12} \\ \dot{s}_{21} & \dot{s}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\Gamma}_н & e^{i\varphi} \sqrt{1 - \dot{\Gamma}_н^2} \\ e^{i\varphi} \sqrt{1 - \dot{\Gamma}_н^2} & -\dot{\Gamma}_н^* e^{j2\varphi} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

По матрице рассеяния  $S_н$  с помощью координатных преобразований сигналов [10] выявляется структура волновой  $T_н$  и затем классической  $A_н$  матриц передачи НЧП:

$$T_н = [p_{21}S_н - p_{11}][p_{12}S_н - p_{22}]^{-1} \quad (4)$$

$$A_н = N T_н N^{-1}, \quad (5)$$

где  $p_{ik}$  – матрицы преобразования координат

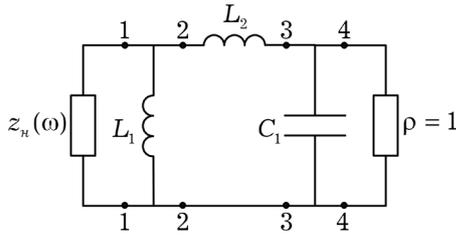


Рис. 4. Согласующая цепь типа II

волнового ЭПС;  $N$  – матрица преобразования координат волнового и классического ЭПС

$$P_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, P_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$P_{21} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, P_{22} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$N = P_{11} + P_{12} + P_{21} - P_{22}.$$

Такое представление является задачей структурно-параметрического моделирования радиомеханики и подробно описано в работе [11].

Используя (3)-(5), находим структуру классической матрицы передачи согласующей цепи  $A_{cy} = A_n^{-1}$ , элементы которой на рабочей частоте  $\omega_p$  определяются коэффициентом отражения ДП  $\dot{\Gamma}_n = \Gamma_n e^{i\varphi_n}$  (сопротивлением  $Z_n = r_n + ix_n$ ) и зависят от выбора  $\varphi$ , частоты  $\omega_p$ , а также коэффициента рассогласования  $k$  активной части сопротивления на входе согласующего ЧП с сопротивлением линии передачи:

$$A_{cy} = A_n^{-1} = \begin{pmatrix} kn \cos(\alpha - \varphi) & -ikm \sin(\alpha - \varphi) \\ -ik^{-1}n \sin(\alpha - \varphi) & k^{-1}m \cos(\alpha - \varphi) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где

$$n = \frac{|1 + \dot{\Gamma}_n|}{\sqrt{1 - \Gamma_n^2}} = \sqrt{\frac{\rho}{r_n}}, m = \frac{|1 - \dot{\Gamma}_n|}{\sqrt{1 - \Gamma_n^2}} = \sqrt{\frac{\sigma}{g_n}},$$

$$k = \sqrt{\frac{r_{ex\ cy}}{\rho}}, \alpha = \arctg \frac{-\Gamma_n \sin \varphi_n}{1 - \Gamma_n \cos \varphi_n},$$

$$\beta = \arctg \frac{\Gamma_n \sin(\varphi_n)}{1 + \Gamma_n \cos(\varphi_n)},$$

где  $n(m)$  – коэффициент трансформации сопротивления  $r_n$  (проводимости  $g_n$ ) нагрузки;  $k$  – коэффициент рассогласования;  $r_{ex\ cy}$  – активная часть сопротивления на входе согласующего НЧП;  $\alpha, \beta$  – фазовые коэффициенты элементов матрицы  $A_{cy}$ ;  $\sigma = \rho^{-1}$  – волновая проводимость линии передачи.

## 2. Расчет элементов согласующей цепи

Матрицы  $A_{cy}$  (6) могут быть поставлены в соответствие цепи различной структуры, содержащие элементы как с сосредоточенными, так и с распределенными параметрами. При согласовании произвольных ДП минимальное число элементов согласующего НЧП в общем случае не может быть меньше трех. Трехэлементные согласующие НЧП типа II и типа Т с матрицами передачи  $A_n$  и  $A_t$  (рис. 2) состоят из каскадного соединения элементарных НЧП с матрицами  $A_y$  и  $A_z$ :

$$A_n = A_{y_1} A_{z_2} A_{y_3}, \quad A_m = A_{z_1} A_{y_2} A_{z_3} \quad (7)$$

$$A_{y_l} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y_l & 1 \end{pmatrix}, \quad A_{z_l} = \begin{pmatrix} 1 & Z_l \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad l = 1, 2, 3. \quad (8)$$

Подставим (8) в (7) и приравняем к (6), откуда определим значения реактивных сопротивлений для цепей II и Т:

$$Z_{1n} = \frac{1}{Y_{1n}} = \frac{k^{-1}m \cos(\beta - \varphi) - 1}{-ikm \sin(\beta - \varphi)},$$

$$Z_{2n} = -ikm \sin(\beta - \varphi), \quad (9a)$$

$$Z_{3n} = \frac{1}{Y_{3n}} = \frac{kn \cos(\alpha - \varphi) - 1}{-ikm \sin(\beta - \varphi)}$$

$$Z_{1m} = \frac{-ik^{-1}n \sin(\alpha - \varphi)}{kn \cos(\beta - \varphi) - 1},$$

$$Z_{2m} = \frac{1}{Y_{2m}} = -ik^{-1}n \sin(\alpha - \varphi), \quad (9b)$$

$$Z_{3m} = \frac{-ik^{-1}n \sin(\alpha - \varphi)}{k^{-1}m \cos(\beta - \varphi)}$$

Переход от реактивных сопротивлений (9) к значениям элементов согласующих цепей L, C на частоте  $\omega = \omega_p$  осуществляется в соответствии с выражениями

$$L_i = \frac{Z_i}{i\omega_p}, \quad \text{если } \text{Im}(Z_i) \geq 0,$$

$$C_i = \frac{1}{i\omega_p Z_i}, \quad \text{если } \text{Im}(Z_i) < 0. \quad (10)$$

Посредством выбора значений  $\varphi$ , рабочей частоты  $\omega_p$  и коэффициента рассогласования  $k$  достигается необходимый характер зависимости коэффициента передачи мощности  $K_p(\omega)$  от частоты в соответствии с выбранным критерием. Одной из важных особенностей предлагаемой методики является возможность оптимального синтеза согласующих цепей по различным критериям. При этом в состав целевой функции

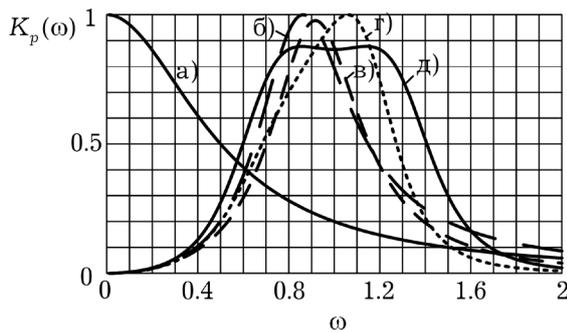


Рис. 5. Функция  $K_p(\omega)$ : а) в сечении 1; б) в сечении 2; в) в сечении 3; г) в сечении 4 (при  $k = 1$ ); д) в сечении 4 (при  $k = 0.7314$ )

оптимизации могут входить функции  $K_p(\omega)$ , а также АЧХ и ФЧХ.

### 3. Пример расчета согласующих цепей

Аналитически задана частотная зависимость нормированного комплексного сопротивления:  $z_n(\omega) = (1 + i\omega^4)^{-1}$ . Требуется рассчитать согласующие НЧП в диапазонах согласования I, II, III (рис. 3).

Для данного примера произведем оптимизацию по критерию минимальной неравномерности  $K_p(\omega)$  в заданной полосе частот. В этом случае задача поиска решений сводится к оптимизации целевой функции, характеризующей неравномерность зависимости  $K_p(\omega)$  в заданном диапазоне согласования [12]:

$$\eta = K_{p\max}/K_{p\min} \rightarrow 1,$$

где  $K_{p\max}$ ,  $K_{p\min}$  – экстремальные значения функции  $K_p(\omega)$  внутри диапазона согласования.

Переменными для оптимизации являются произвольная фаза  $\varphi$ , частота  $\omega_p$  и коэффициент рассогласования  $k$ , каждому значению которых соответствуют свои параметры согласующих цепей П- либо Т-типа.

Зависимости  $K_p(\omega)$  в сечениях 1-4 согласующей цепи П типа (рис. 4), оптимальной по критерию минимальной неравномерности для диапазона II, приведены на рис. 5. Параметр неравномерности  $K_p(\omega)$  при  $L_1 = 0.3358$ ;  $L_2 = 0.6477$ ;  $C_1 = 1.198$  равен  $\eta = 1.014$ .

Как видно из рис. 5г, полное согласование комплексного сопротивления с линией передачи при  $k = 1$  возможно только на одной частоте из заданного диапазона. Расширение полосы частот, в пределах которой неравномерность  $K_p(\omega)$  минимальна, достигается при рассогласовании

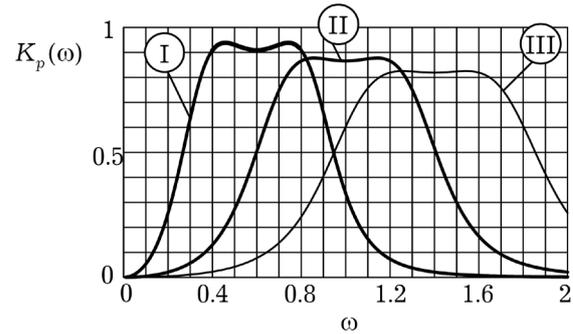


Рис. 6. Функция  $K_p(\omega)$  в различных диапазонах согласования

( $k \neq 1$ ). В этом случае в сечении 4 цепи (рис. 4) обеспечивается минимально возможное постоянное значение модуля коэффициента отражения (рис. 5д).

На рис. 6 приведены зависимости  $K_p(\omega)$  цепей, синтезированных по критерию минимальной неравномерности  $K_p(\omega)$  в трех частотных диапазонах согласования. Согласующие цепи во всех диапазонах согласования имеют одинаковую структуру (рис. 4). Неравномерность характеристик при этом составила: для диапазона I:  $\eta = 1.033$  (кривая I на рис. 6, значения элементов:  $L_1 = 1.116$ ;  $L_2 = 1.129$ ;  $C_1 = 1.723$ ); для диапазона II:  $\eta = 1.014$  (кривая II на рис. 6, значения элементов:  $L_1 = 0.3358$ ;  $L_2 = 0.6477$ ;  $C_1 = 1.198$ ); для диапазона III:  $\eta = 1.007$  (кривая III на рис. 6, значения элементов:  $L_1 = 0.1594$ ;  $L_2 = 0.4367$ ;  $C_1 = 0.9543$ ).

Оптимальное значение коэффициента  $k$  для диапазонов I-III следующее: I:  $k = 0.7844$ ; II:  $k = 0.7314$ ; III:  $k = 0.753$ .

Из зависимостей, приведенных на рис. 6, следует, что возможности трехэлементных согласующих цепей в разных частотных диапазонах по критерию минимальной неравномерности  $K_p(\omega)$  различны. С увеличением частоты неравномерность  $K_p(\omega)$  уменьшается, однако также уменьшается избирательность цепи и среднее значение  $K_p(\omega)$  в полосе согласования.

### Заключение

Таким образом, в работе описана методика, позволяющая согласовывать, а также оценивать качество согласования комплексных нагрузок с линией передачи в различных частотных диапазонах с помощью трехэлементных согласующих цепей П- либо Т-типа. Изменение произвольной фазы, рабочей частоты и коэффициента рассогласования позволяет учитывать все возможные

траектории согласования на круговой диаграмме и выбрать из них оптимальные по заданному критерию. Результаты работы могут быть использованы для разработки малогабаритных интегральных микросхем, когда в качестве согласующих необходимо использовать цепи, содержащие минимально допустимое число элементов.

### Литература

1. Боде, Г. Теория цепей и проектирование усилителей с обратной связью / Г. Боде; пер. с англ. и ред. А.А. Колосова и Л.А. Мееровича. – М.: Государственное издательство иностранной литературы, 1948. – 641 с.
2. Фано, Р. Теоретические ограничения полосы согласования произвольных импедансов / Р. Фано. – М.: Сов. радио, 1965. – 69 с.
3. Онищук, А.Г. Радиомеханика как теория инвариантов в линейном пространстве сигналов / А.Г. Онищук // Доклады БГУИР. – 2005. – Т. 10. – № 2. – С. 37-42.
4. Смит, Ф. Круговые диаграммы в радиоэлектронике / Ф. Смит. – М.: Связь, 1976. – 144 с.
5. Darlington, S. Synthesis of Reactance 4-Poles / S. Darlington // Journal of Mathematics and Physics. – 1939. – Vol. 18. – P. 275-353.
6. Филиппович, Г.А. Широкополосное согласование сопротивлений / Г.А. Филиппович. – Минск: Издательство УО “ВАРБ”, 2004. – 175 с.
7. Девятков, Г.Н. Автоматизированный синтез широкополосных согласующих цепей: автореф. дис. ... на соиск. уч. степ. д-ра техн. наук: 05.12.07 / Г.Н. Девятков. – Новосибирск: Новосибирский гос. техн. ун-т, 2006. – 36 с.
8. Кайчэнь, В. Теория и проектирование широкополосных согласующих цепей / В. Кайчэнь. – М.: Связь, 1979. – 288 с.
9. Онищук, А.Г. Согласование радиотехнических устройств: учебное пособие. В 3-х ч. / А.Г. Онищук, И.И. Забеньков. – Минск: БГУИР, 1997. – 104 с.
10. Онищук, А.Г. Преобразование волновых матриц линейных многополюсников / А.Г. Онищук, М.В. Пегасин, В.Н. Шашок // Вестник ВАРБ. – 2006. – Т. 11. – № 2. – С. 38-41.
11. Онищук, А.Г. Моделирование емкостной неоднородности типа “разрыв” в микрополосковой линии / А.Г. Онищук, М.В. Пегасин, Д.В. Пегасин // Вестник ВАРБ. – 2007. – Т. 16. – № 3. – С. 44-48.
12. Шварц, Н.З. Линейные транзисторные усилители СВЧ / Н.З. Шварц. – М.: Советское радио, 1980. – 368 с.

## Structured-Parametric Synthesis of Three Elements Matching Chains For Passive 2-Poles

*A.G. Onishchuk, D.V. Pegasin, M.V. Pegasin*

Method structured-parametric matching of the 2-poles for the reason ensuring the optimum issue signal in given area of the range of the frequencies (with possible distortion, loss and reflections) under minimum count elements of matching chain is considered. The method is based on use characteristic wave and classical matrixes matching chains, according to which is fixed the relationship between parameters 2-poles and elements of matching chains. The particularity of the methods consists in providing the decision of the problem of the matching on experimental function of the input resistance or factor of the reflection without decision of the problem to their approximations, as well as allows to choose the matching chains the most suitable with standpoint of the practical realization.

**Онищук Александр Григорьевич**, доктор технических наук, профессор, заслуженный деятель науки Республики Беларусь. Область научных интересов: радиотехнические устройства и системы.

**Пегасин Михаил Владимирович**, инженер лаборатории кафедры тактики и вооружения радиотехнических войск учреждения образования «Военная академия Республики Беларусь». Область научных интересов: радиотехнические устройства и системы.

**Пегасин Денис Владимирович**, адъюнкт кафедры тактики и вооружения радиотехнических войск учреждения образования «Военная академия Республики Беларусь». Область научных интересов: радиотехнические устройства и системы.