2010 г. *Том 13, № 3*

Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 519.677

Фрактальный анализ нелинейных систем и построение на его основе прогнозирующих нейронных сетей

О.И. Антипов, В.А. Неганов

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Россия, г. Самара
ул. Л. Толстого, 23

Показан алгоритм предварительного фрактального анализа хаотических временных рядов для построения прогнозирующих нейронных сетей (ПНС), основанный на разработанном методе выявления временного лага. Алгоритм был применен к временным выборкам из различных областей науки и техники: экономики, медицины и электроники. Метод основан на фрактальном анализе выходного одномерного сигнала, поступающего от порождающей системы, представленной в виде «черного ящика». Последовательность анализа следующая: определение временного лага ряда τ и его «фазового сдвига» φ_τ, формирование временного ряда, восстановление с помощью метода задержек аттрактора в псевдофазовом пространстве и вычисление с помощью метода Грассбергера – Прокаччиа его максимальной размерности вложения m_C и корреляционной фрактальной размерности D_C. Производится реконструкции аттрактора в псевдофазовом пространстве по методу Такенса. Далее строится ПНС: выбирается ее структура и принцип реализации. Обучение сетей проводилось по градиентному методу Левенберга – Марквардта. Представлены результаты прогнозов, полученных с помощью сети, построенной на базе многослойного персептрона (МП) с одним скрытым слоем.

Ключевые слова: фрактальный анализ, временные ряды, временной лаг, прогнозирующие нейронные сети, обучение по методу Левенберга – Марквардта.

Введение

При решении задач динамического прогноза поведения нелинейных систем поступают следующим образом. Система, порождающая одномерный сигнал $x(t)$, с его физикой представляется в виде «черного ящика» с единственной его выходной информацией в виде фрактального сигнала $x(t)$ (рис. 1). При такой постановке задачи система считается нелинейной и в ней происходит детерминированный хаос. На первом этапе от сигнала $x(t)$ переходят к фрактальному временному ряду:

$$x(t), x(t-\tau), x(t-2\tau), ..., x(t-(m-1)\tau)\,, \qquad (1)$$

где τ – временная задержка (временной лаг) сигнала; m – размерность пространства вложения. При известных значениях параметров τ и m основная задача предсказания поведения системы сводится к анализу фрактального временного ряда (1). В нее входят: восстановление аттрактора в псевдофазовом пространстве и определение его фрактальной (в данном случае корреляционной) размерности и минимальной размерности пространства вложения m_C, а после построения ПНС, по результатам ее моделирования, определение спектра показателей Ляпунова и по значениям спектра вычисление энтропии и горизонта предсказуемости. В книге [1] сказано, что выбор таких параметров, как размерность пространства вложения m и временной задержки τ, влияет на диагностику хаотичности, установления уровня шума, на оценку энтропии, время предсказуемости и на верхний предел допустимой длины окна реконструкции (эти две величины, собственно, и составляют длину окна реконструкции $\omega = (m-1)\tau$).

Нами разработан фрактальный метод определения временной задержки τ для построения фрактальных временных рядов (1) в псевдофазовом пространстве.

На данный момент, по нашему мнению, во всех работах, посвященных фрактальному анализу дискретно-нелинейных систем, не поднимался вопрос о времени начала регистрации выходного сигнала системы. Однако существует связь между фазовым сдвигом и началом регистрации сигнала, идущего от системы. Поэтому одной из целей исследований в работе являлось изучение влияния так называемого «фазового сдвига» на различные фрактальные характеристики сигнала. А также, можно ли фрактальными мерами выявить время срабатывания внут-

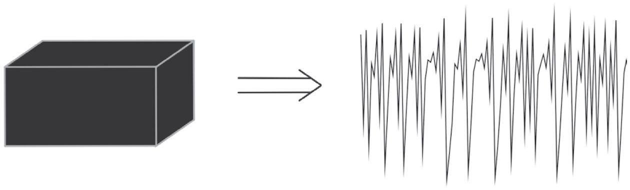

Рис. 1. Представление порождающей системы в виде «черного ящика»

реннего тактового генератора в хаотическом режиме работы?

Основными фрактальными мерами в данной работе являлись метод Грассбергера – Прокаччиа для вычисления корреляционного интеграла и метод нормированного размаха Херста. Должное внимание уделяется методу ложных ближайших соседей (ЛБС).

1. Полный алгоритм предварительного фрактального анализа временных рядов

Алгоритм анализа временного ряда можно описать следующим образом.

1. Вначале по показателю Херста определяется тип фрактальной памяти (хаоса) сигнала $x(t)$ системы. Следует помнить, что если для сигнала показатель Херста $H = 0.5$, то он порожден чисто случайными процессами. В этом случае прогноз поведения ряда осуществить нельзя.

2. Определение временной задержки τ и «фазового сдвига» сигнала анализируемой системы.

3. Получение вместо одномерного сигнала $x(t)$ многомерного вектора в m-мерном пространстве $\vec{x}(t) = (x(t),\ x(t-\tau),\ x(t-2\tau),\ ...,\ x(t-(m-1)\tau)$, т. е. псевдофазовой реконструкции сигнала $x(t)$ [5], для различных значений размерностей пространства вложения m.

4. Восстановление хаотического аттрактора системы как компактного подмножества точек, к которому асимптотически притягиваются траектории эволюции всех точек в окрестности фазового пространства, по полученным значениям временной задержки τ и «фазового сдвига». Если в рассматриваемой дискретно-нелинейной системе можно выявить какую-либо периодичность, как, например, в работе [6], возможно восстановить аттрактор. Приведенный в вышеупомянутой работе генератор относится к классу устройств, обладающих хорошей визуальной периодичностью, в отличие от рассматриваемых в работе систем.

5. Определение фрактальной размерности полученного аттрактора и минимальной размерности пространства его вложения m_C.

2. Исследуемые в работе сигналы и их предварительный фрактальный анализ

Исследуемые в работе сигналы были взяты из различных областей науки и техники. В частности, из области экономики, медицины и электроники. В качестве исследуемого временного ряда из области экономики бралось ежеминутное отношение Euro/USD (€/$) за период с 29.03.2004 г. по 30.12.2008 г., то есть практически за пять лет. Количество минут в сутках примерно совпадает с количеством полноценных рабочих суток за 5 лет, исключая праздничные и выходные дни. На рис. 2 представлены значения отношений курса евро к доллару за 5 лет (d-порядковый номер рабочего дня с начала регистрации) и за одни сутки (m-порядковый номер минуты с начала рабочих суток) Таким образом, одной из задач анализа, являлась задача выявления степени корреляции между различными фрактальными значениями ежедневных и ежеминутных колебаний отношения €/$.

Одним из направлений исследований в области медицины для авторов явилось исследование электрогастроэнтерографического (ЭГЭГ) сигнала, который представляет собой биоэлектрическую активность желудка, двенадцатиперстной кишки и других отделов желудочно-кишечного тракта. Исследуемый в данной работе ЭГЭГ-сигнал показан на рис. 3, *а* и представляет собой дискретный эквидистантный временной ряд [4]. Здесь по оси абсцисс отложены номера отсчетов, а по оси ординат – значения напряжения ЭГЭГ-сигнала в микровольтах. На рис. 3, *б* представлен спектр Фурье, который по внешнему виду и по предполагаемой аппроксимирующей функции амплитуды позволяет классифицировать исследуемый сигнал как «коричневый шум». На рис. 3, *в* показан спектр мощности, который также характерен для сигналов, классифицируемых как «коричневый шум» [13], поскольку распределение гармоник по частотам может быть аппроксимировано степенной функцией, пропорциональной $1/f$.

В качестве анализируемых дискретно-нелинейных систем были выбраны импульсные стабилизаторы напряжения (ИСН) различных типов, работающих в хаотическом режиме. Мате-

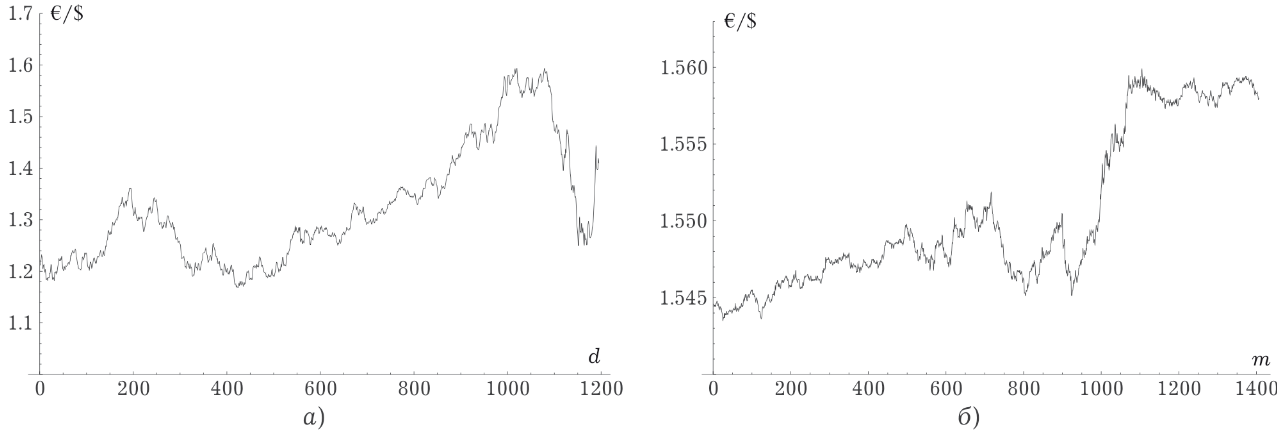

Рис. 2. Значения отношений курса евро к доллару за 5 лет (средние значения за каждые рабочие сутки с 29.03.2004 г. по 30.12.2008 г.) (*а*) и за одни сутки (18.05.2008 г.) (*б*)

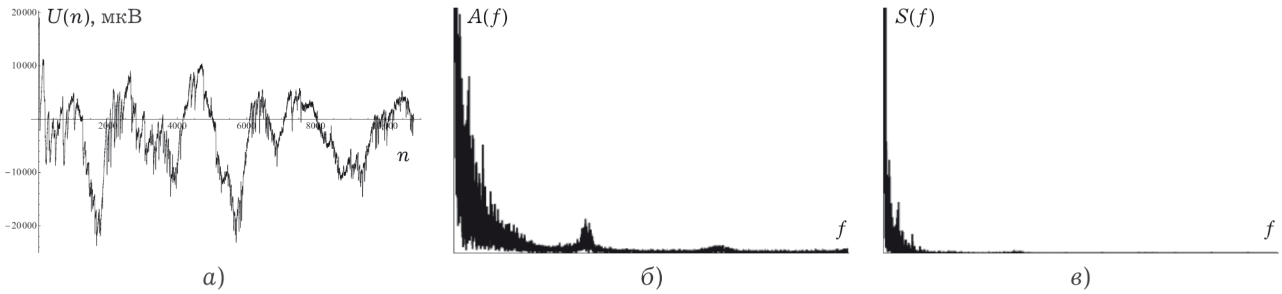

Рис. 3. Исследуемый ЭГЭГ сигнал (*а*), фрагмент спектра Фурье для этого сигнала (*б*) и его спектр мощности (*в*)

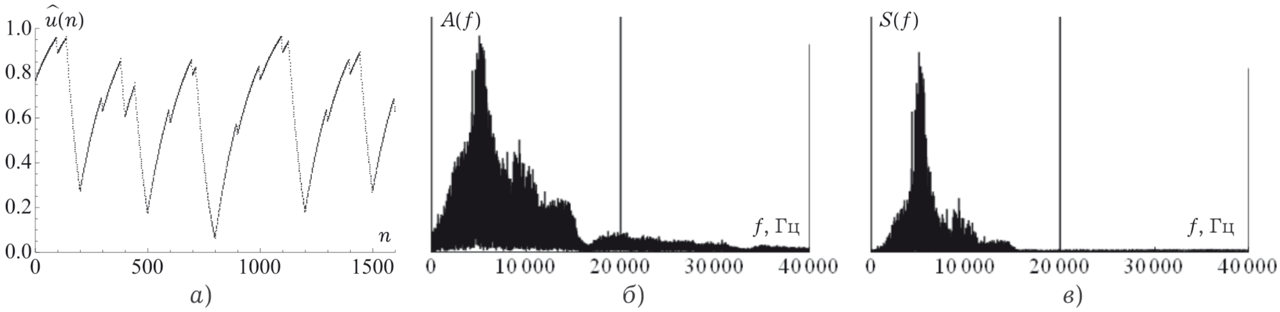

Рис. 4. Сигнал нормированного напряжения $\widehat{u}(n)$ для ИСН в виде дискретных временных отсчетов соответствующих 16-ти периодам установившегося состояния (*а*), фрагмент спектра Фурье для этого сигнала (*б*) и его спектр мощности (*в*)

матические модели данных систем и их работа в хаотическом режиме наиболее подробно описаны в [9]. Достоинством данных систем является то, что параметры дискретизации заложены в их структуру, то есть являются естественными. Переключение состояний различных ИСН тактируется внутренним генератором с фиксированной частотой, поэтому решается задача «черного ящика» с априори известным результатом, т. е. так называемая задача «прозрачного ящика». Однако в хаотичном режиме работы у некоторых стабилизаторов переключение в момент подачи тактовых импульсов не является обязательным. В частности, это ИСН понижающего типа, у которых амплитудный уровень фрактального шума в спектре мощности будет значительно превышать амплитуду гармоники, вызванной тактовым генератором. На рис. 4, *а* представлена временная нормированная выборка сигнала выходного напряжения ИСН на небольшом участке установившегося режима, соответствующего 16 периодам тактового генератора. Здесь же, на рис. 4, *б*, *в*, представлены спектр Фурье и спектр мощности выборки данного сигнала, соответствующего 1 секунде реального времени работы ИСН. На полученных спектрах можно видеть основные и кратные частоты тактового генератора. Однако для многих дискретно-нелинейных систем, подобных понижающему ИСН, частота тактового генератора не является доминирующей.

Далее, для всех исследуемых сигналов, по полученному значению показателя Херста H сделан вывод о том, что все исследуемые в работе сигналы обладают фрактальностью и не являются чисто случайными процессами. Следовательно, ко всем сигналам применимы фрактальные методы с целью выявления оптимальной конфигурации предсказывающих систем.

3. Фрактальный метод определения временного лага τ дискретно-нелинейных систем

Вначале на основании соответствующих расчетов был сделан вывод о неприменимости ранее применяемых методов (метод автокорреляционной функции, метод взаимной информации, метод, основанный на вычислении спектра мощности) для анализа исследуемых временных рядов для определения τ. Одним из основных моментов, по которым можно говорить о неприменимости этих методов, явилась сильная зависимость τ от длины исследуемого ряда в каждом конкретном случае. В связи с этим обстоятельством нами был предложен собственный фрактальный метод выявления τ.

Метод определения временного лага τ нелинейных систем, предлагаемый нами, основан на вычислении зависимости корреляционного интеграла $Ce(\varepsilon, N)$ от ε. Достаточно произвести расчеты только для двумерного случая, т. е. $m = 2$. Это существенно сокращает время расчетов, и позволяет автоматизировать процедуру, исключив визуальный метод выделения линейного участка. В данном случае вполне достаточно получить несколько зависимостей $Ce(\varepsilon, N)$ от ε в двойном логарифмическом масштабе для различных значений τ и по ним оценить границы линейного участка. После этого процедура автоматизируется и производится вычисление наклона линейных участков, которые обозначим как $Ce(\tau / \tau_0)$.

Пример, показывающий, как работает данный метод, удобно произвести на любой хорошо исследованной авторами модели дискретно-нелинейной системы, работающей в хаотическом режиме. В частности, на рис. 5 приведены результаты применения данного метода к ИСН, работающему в хаотическом режиме. Для удобства расчетов шаг дискретизации Δt исследуемых сигналов был выбран таким образом, чтобы одному периоду работы внутреннего тактового генератора любой исследуемой дискретно-нелинейной системы соответствовало ровно 100 импульсов, т. е. значение «эталонного» τ было бы

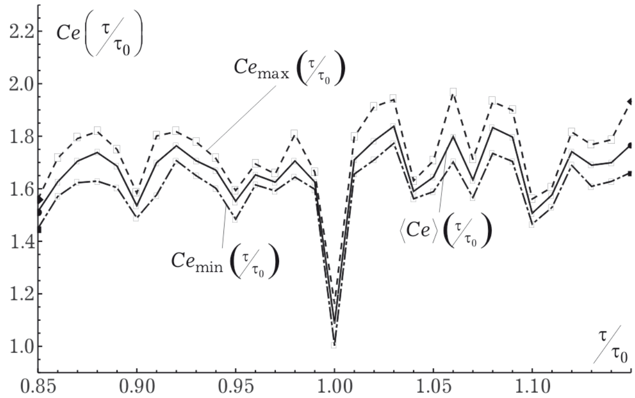

Рис. 5. Зависимости минимального, максимального и среднего значений корреляционного интеграла Ce при различных значениях τ / τ_0 для временного ряда, соответствующего ИСН

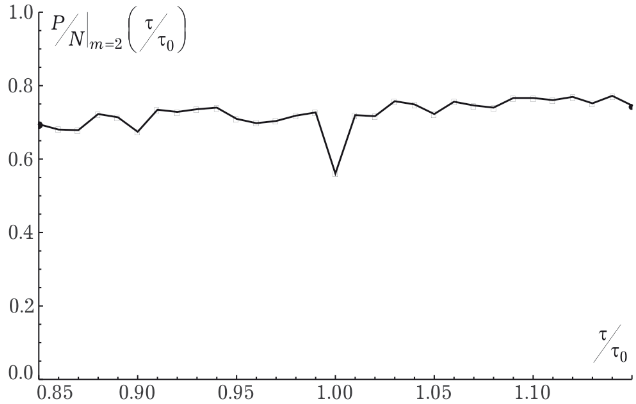

Рис. 6. Значения отношений ЛБС к длине ряда P / N для пространства вложения $m = 2$ в виде зависимостей от τ / τ_0 для временного ряда, соответствующего ИСН

$\tau = \tau_0 = 100$, вне зависимости от частоты работы внутренних тактовых генераторов. Из рис. 5 видно, что искомому значению τ соответствует абсолютный минимум зависимости $Ce(\tau / \tau_0)$. Данный анализ показал, что картина экстремумов от выбора «фазового сдвига» не зависит, поэтому вычисления $Ce(\tau / \tau_0)$ для каждого лага τ можно проводить только один раз при любом значении φ. Это позволит существенно сократить время расчетов и получить достаточно быстрый метод оценки τ для дискретно-нелинейных систем.

Временной лаг τ может также быть определен с помощью метода ЛБС. Как уже упоминалось выше, полученное с помощью метода ЛБС значение размерности пространства вложения m_C не зависит ни от лага τ, ни тем более от «фазового сдвига». Однако в ходе численного эксперимента было выявлено, что для размерности пространства вложения $m = 2$ отношение числа ближайших ложных соседей к длине выборки P / N при переходе в пространство $m = 3$ существенно зависит от величины взятого лага τ.

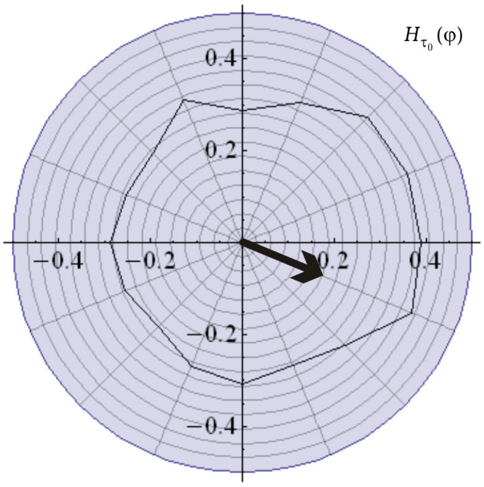

Рис. 7. Зависимости значений показателя Херста H от «фазового сдвига» φ, в полярной системе координат, при $\tau = \tau_0$ для временного ряда, соответствующего ИСН

Поэтому было проведено исследование зависимости $P / N|_{m=2}$ как функции нормированного лага τ / τ_0. Результаты расчетов по данному методу для того же самого ИСН приведены на рис. 6, из которого следует, что оптимальный лаг соответствует экстремуму зависимости $P / N|_{m=2}$. При использовании метода ЛБС не требуется производить расчеты при разных фазовых сдвигах, а также отпадает необходимость выявлять границы линейных участков и производить контроль над применимостью метода. Таким образом, при переходе от пространства вложения $m = 2$ к пространству $m = 3$ метод ЛБС удобно использовать для автоматизированного выявления временного лага τ. При этом нет необходимости определять величину размерности пространства вложения m, а достаточно определить количество ложных ближайших соседей при переходе из псевдофазового пространства $m = 2$ в псевдофазовое пространство $m = 3$. Минимальное значение отношения $P / N|_{m=2}$ будет соответствовать искомому лагу τ.

После определения оптимального временного лага необходимо определить «фазовый сдвиг». Для чего применялась процедура вычисления показателя Херста к временным выборкам исследуемой системы, но для оптимального значения временного лага $\tau = \tau_0 = 100$ при варьировании значения «фазового сдвига» φ. Значение φ приводится на рис. 7 в градусах, однако следует иметь в виду, что реальный фазовый сдвиг − это целое число, значение которого лежит в пределах от 0 до τ. В данном случае $\tau = \tau_0 = 100$, поэтому смещение начала отсчета выборки от начала исследуемого ряда на 50 отсчетов будет соответствовать $\varphi = 180°$, на 25 отсчетов − $\varphi = 90°$ и т. д.

На основании анализа результатов применения данной методики к различным дискретно-нелинейным системам был сделан вывод: оптимальный «фазовый сдвиг» φ соответствует наибольшему значению показателя Херста H.

4. Определение фрактальной размерности полученного аттрактора и минимальной размерности пространства его вложения

По теореме Такенса [20] по одной переменной сигнала $x(t)$ конструируется пространство вложения (псевдофазовое пространство) и по методу Грассбергера − Прокаччиа определяется корреляционная размерность $D_C(m_C)$ и соответствующая ей минимальная размерность пространства вложения m_C. Ниже приведены некоторые результаты, полученные в ходе применения данного анализа ко всем исследуемым системам.

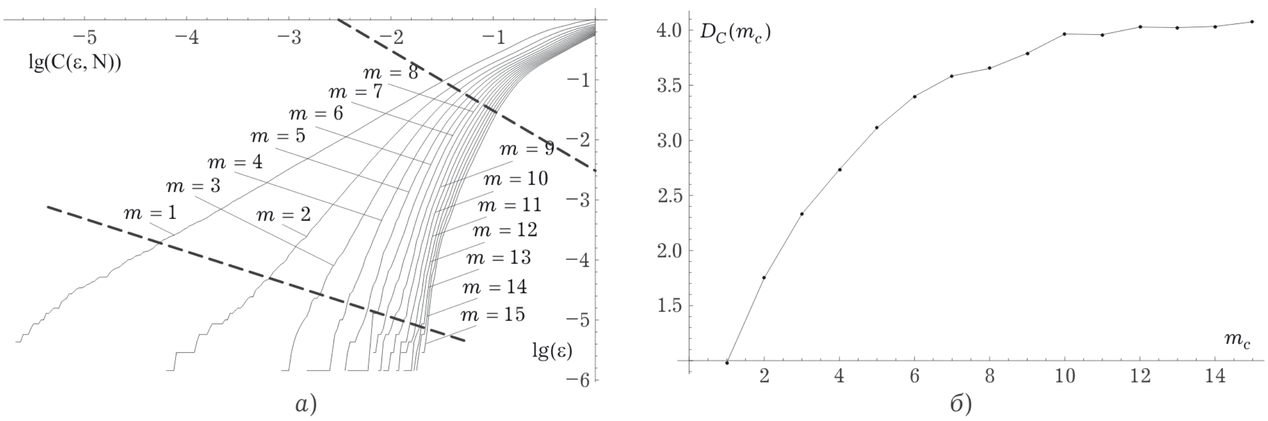

Рис. 8. Зависимости корреляционного интеграла от ε при разных m в двойном логарифмическом масштабе (*а*) и зависимость корреляционной размерности от размерности пространства вложения (*б*) для ряда ежедневных значений за период с 29.03.2004 г. по 30.12.2008 г.

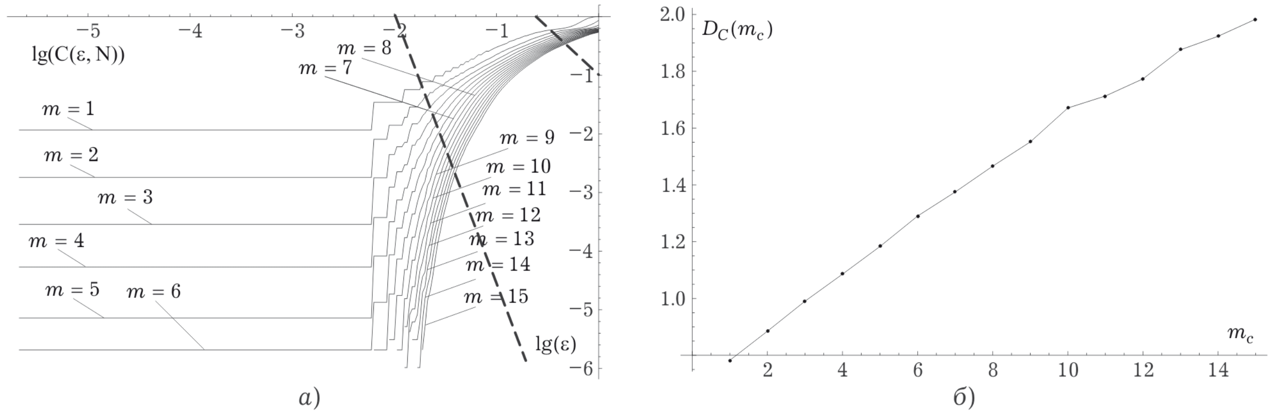

Рис. 9. Зависимости корреляционного интеграла от ε при разных m в двойном логарифмическом масштабе (*а*) и зависимость корреляционной размерности от размерности пространства вложения (*б*) для ряда ежеминутных значений за 18.05.2008 г.

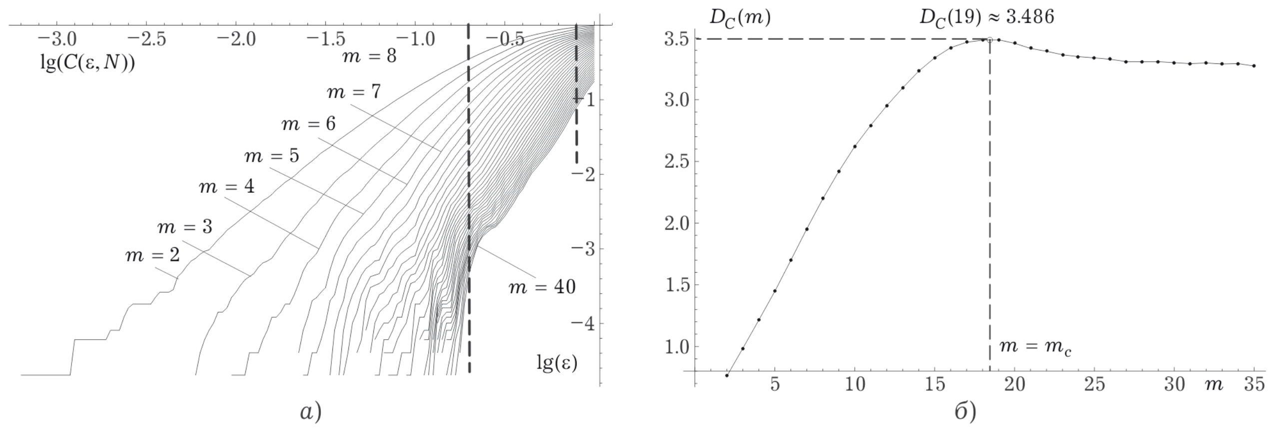

Рис. 10. Зависимости корреляционного интеграла *Ce* от размера элементарных ячеек ε для различных значений размерностей пространств вложения m (*а*) и зависимость фрактальной размерности D_C от размерности пространства вложения m (*б*) для выборки исследуемого сигнала при значении временного лага $\tau = 28$

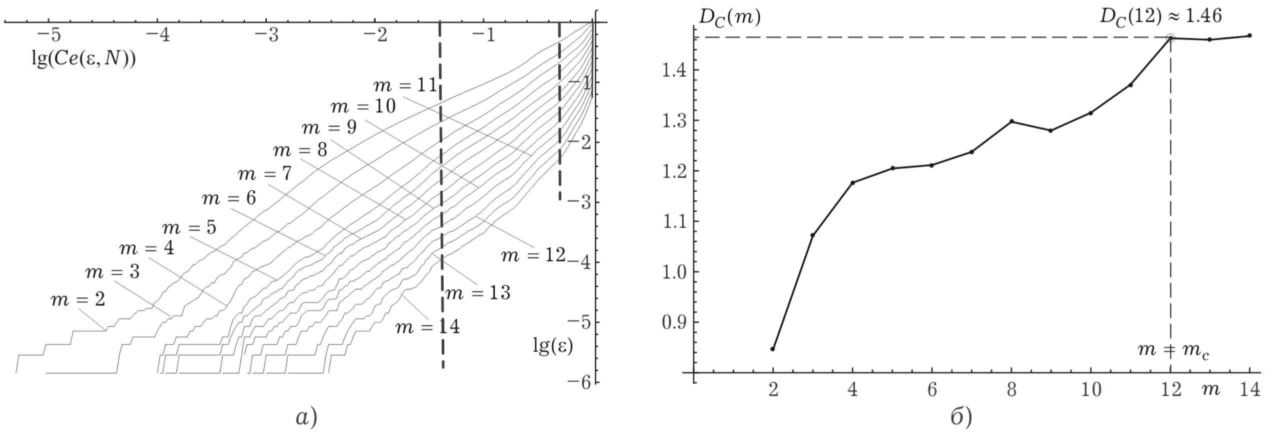

Рис. 11. Зависимости корреляционного интеграла *Ce* от размера элементарных ячеек ε для различных значений пространств вложения m_C (*а*) и зависимость фрактальной размерности D_C от размерности пространства вложения m_C (*б*) для $\tau = \tau_0 = 100$ и $\varphi = 0°$ временного ряда ИСН

На рис. 8 и 9 приведены результаты вычисления корреляционной размерности по методу Грассбергера − Прокаччиа для ежедневных и для ежеминутных курсов отношения €/$. Отсутствие насыщения графика $D_C(m)$ на рис. 9, *б* говорит о том, что сигнал внутридневного курса отношения €/$ слишком стохастичен для дальнейшего его анализирования и тем более его прогнозирования. Подобные результаты были получены для всех внутридневных курсов отношения €/$. Однако данные, представленные на рис. 8, после соответствующих оценок (в частности оценки Экмана-Рюэля) позволяют говорить о фрактальной природе ежедневных отношений €/$ и, соответственно, о возможности его дальнейшего прогнозирования.

На рис. 10 представлены результаты применения фрактального анализа к ЭГЭГ-сигналу. На графике зависимости $D_C(m)$ наблюдается точка насыщения $m = m_C = 19$, которая свидетельствует о том, что данная система обладает степенью свободы не более 19.

На рис. 11 показаны результаты применения для временного ряда, соответствующего ИСН.

Таким образом, значение временного лага τ существенно влияет на фрактальные характеристики дискретно-нелинейной системы. Значение «фазового сдвига» φ также оказывает влияние на величину корреляционной размерности D_C, но оно гораздо слабее.

5. Построение предсказывающих нейронных сетей (ПНС) на основе фрактального анализа предсказываемых временных рядов

Для задачи предсказания фрактальных рядов использовались построенные авторами прогнозирующие нейронные сети. Предлагается построить большое число нейронных сетей с различным количеством параметров, а затем выбрать из них лучшую. Отсутствие научного подхода здесь очевидно. Существуют некоторые оценки различных параметров, но, как будет показано ниже, они предлагают настолько широкий диапазон, что практически бесполезны. Лишь в работах [25–27] даны конкретные рекомендации по решению данных проблем, основанные на предварительном фрактальном анализе. Ниже показана жизнеспособность данных рекомендаций применительно к рассматриваемым системам.

Выбор структуры ПНС. Первым этапом необходимо выбрать структуру нейронной сети, которая будет решать задачи прогнозирования. Поскольку в данном случае на выходе нам достаточно одномерного отклика в виде продолжения прогнозируемого ряда, то необходима архитектура ПНС с временной задержкой [28]. Данная структура позволяет в себе реализовать метод задержек и, таким образом, получая только одномерный сигнал на своем входе, превратить его в реконструированный набор многомерных векторов, как показано на рис. 12. Здесь под номером 1 обозначен блок реализации метода задержек, позволяющий из одномерного сигнала получить многомерный вектор, как того требует метод Такенса [1, 4], а под номером 2 – сама ПНС. Тогда размерность входного вектора будет соответствовать количеству входных элементов ПНС и, соответственно, количеству весовых коэффициентов каждого из нейронов скрытого слоя n_1.

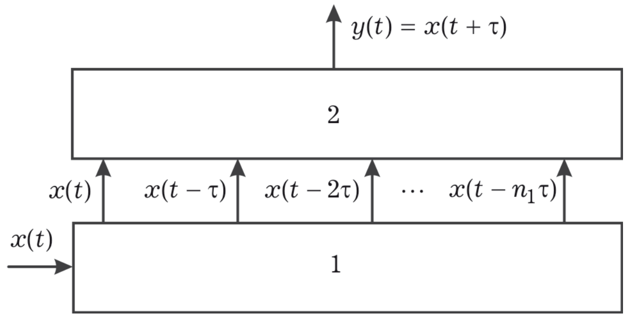

Рис. 12. Структура ПНС с временной задержкой: 1 – реализация временной задержки (так называемая разветвленная линия задержки); 2 – ПНС

Далее была выбрана структура самой ПНС. Согласно следствиям из теоремы Колмогорова – Арнольда – Хехт – Нильсена [29], теоретически обоснованной является структура предсказывающей НС, построенная на базе многослойного персептрона (МП) с одним скрытым слоем. Реализация данной структуры ПНС с временной задержкой в упрощенном виде будет выглядеть таким образом, как это показано на рис. 13. Общий вид такой структуры – на рис. 13, *б*, где через x_i обозначены компоненты входного вектора, подаваемые на соответствующие входы; H_i – нейроны скрытого слоя; O – выходной нейрон; y – выходной прогнозируемый сигнал; n_1 – количество элементов входного слоя и n_2 – количество нейронов скрытого слоя.

Обучение полученных сетей. В данной работе применялся градиентный метод Левенберга – Марквардта [31]. При этом исходный ряд был поделен на 3 части. Первая часть использовалась в процессе обучения, вторая – для кросс-проверки [33] во время обучения и третья для независимого тестирования уже обученных сетей на предмет достоверности и длительности прогноза. Все сети обучались помногу раз, и наилучшие результаты использовались для прогнозирования. В качестве примера, на рис. 14, совместно с оригинальными последовательностями для ИСН, приведены прогнозы, полученные от сети МП 14:14:1 для тестового ряда, используемого при кросс-проверке в процессе обучения, и независимого тестового ряда, который не участвовал в процессе обучения.

Восстановление аттракторов. На наш взгляд, более объективной оценкой достоверности полученной ПНС является способность данной систе-

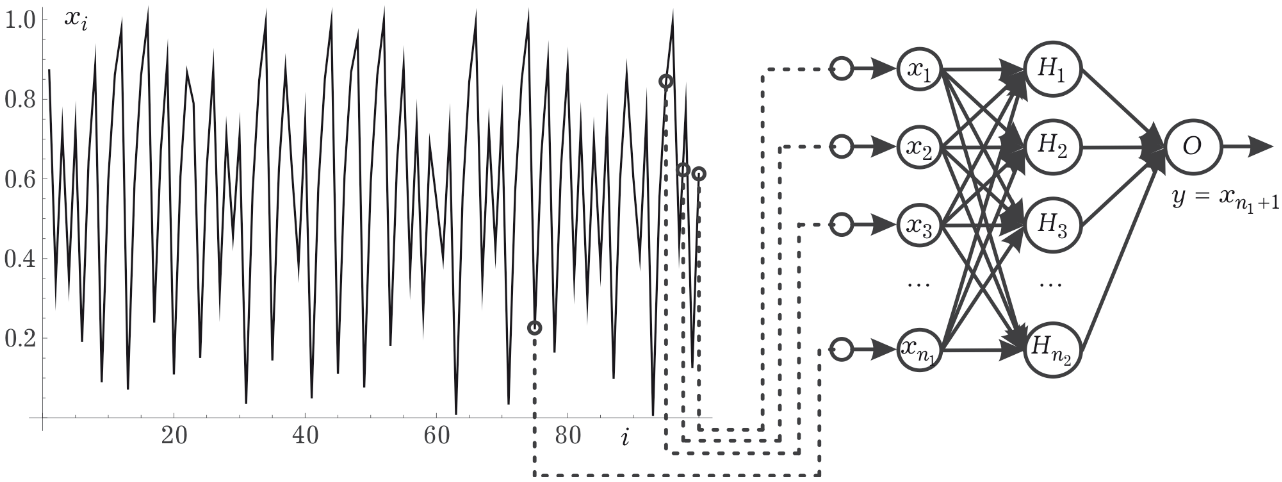

Рис. 13. Принцип реализации временной задержки для ПНС (в данном случае ПНС − многослойный персептрон прямого распространения)

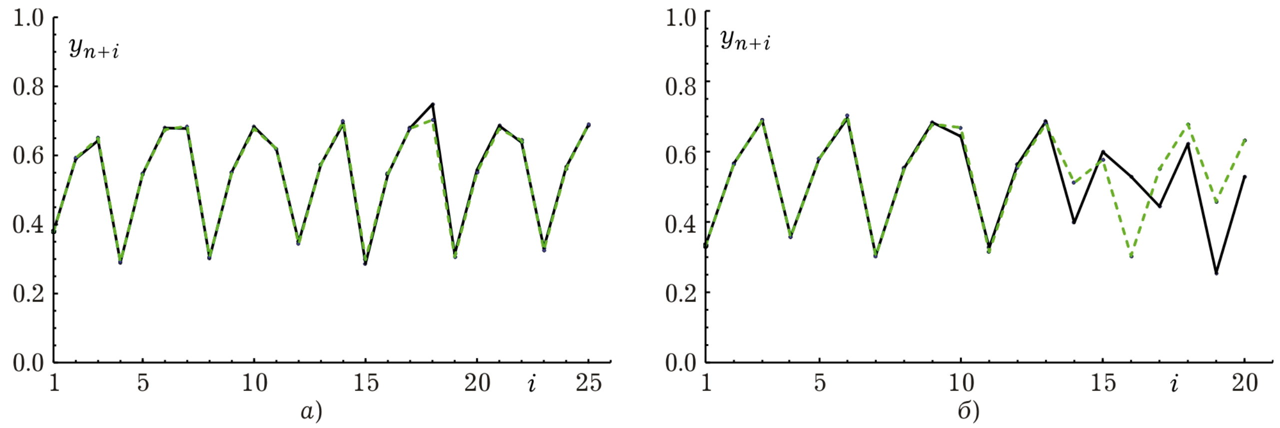

Рис. 14. Примеры прогнозирования ИСН с помощью ПНС МП 14:14:1 для тестового ряда, используемого при кросс-проверке (*а*) и независимого тестового ряда (*б*), который не использовался в процессе обучения (сплошная линия − показана оригинальная последовательность исходного ряда, пунктирная линия − ее прогноз)

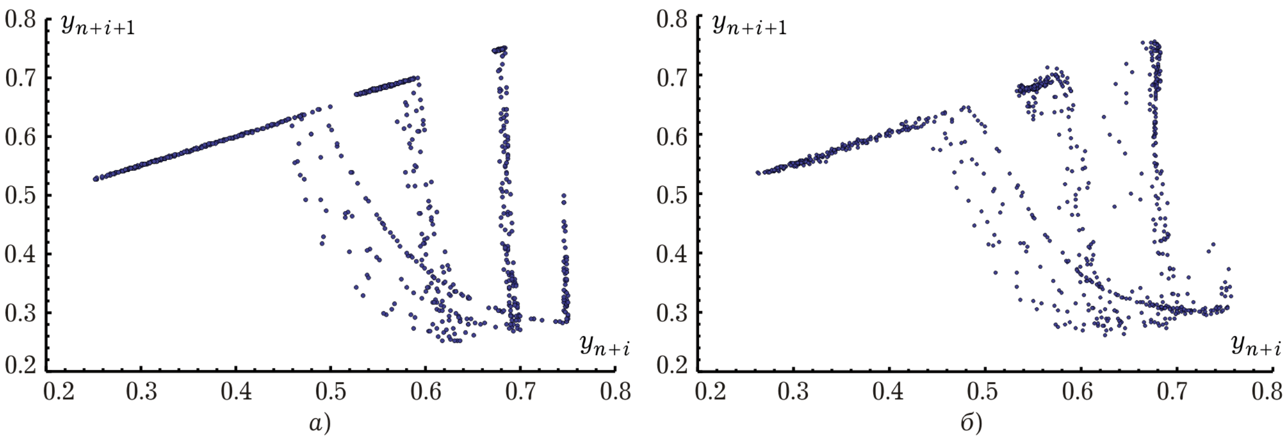

Рис. 15. Внешний вид аттракторов для оригинальной последовательности ИСН (*а*) и нейронных сетей МП 14:14:1 (*б*), МП 20:20:1 (*в*), МП 18:14 (*г*)

мы к восстановлению аттрактора в фазовом пространстве. Как написано в [31], качество модели во многом определяется ее способностью к обобщению. Если система способна давать длительный прогноз, пусть и отличающийся от оригинальной последовательности, но зато укладывающийся в рамки существующей нормировки, то ПНС превращается в математическую модель прогнозируемой системы. В свою очередь, достоверная модель позволяет восстановить аттрактор в псевдофазовом пространстве [25−27]. Исследуя полученный аттрактор, можно провести дополнительное исследование предсказываемого ряда, например, для получения фрактальных и мультифрактальных характеристик. Это свойство является полезным, когда имеем дело с рядом, длина которого является достаточной для прогностических целей, но слишком малой для построения аттрактора. Далее полученная таким образом математическая модель позволяет рассчитать показатели Ляпунова, на основании которых высчитывается энтропия [2]. По данному значению энтропии можно получить зависимость горизонта прогнозирования от начальной ошибки [4]. Расчет показателей Ляпунова для дискретно-нелинейных систем будет предметом последующей публикации.

В процессе построения ПНС были сделаны следующие выводы.

1. Количество нейронов скрытого слоя должно быть больше или равно размерности пространства вложения m_C, в которое можно полностью вписать аттрактор из имеющегося ряда. Однако дальнейшее увеличение числа нейронов ухудшает обобщающие способности сети, и, несмотря на малую ошибку, полученные аттракторы системы значительно менее качественны.

2. Увеличение числа входных элементов при неизменном количестве нейронов скрытого слоя не приводит к улучшению точности предсказания. Это можно объяснить теми соображениями, что увеличение ширины окна прогнозирования перегружает ПНС, что подтверждает утверждение: «Увеличение числа входов приводит к уменьшению точности предсказания» [32].

Заключение

На основе предварительного фрактального анализа одномерных временных выборок от различных нелинейных систем, которые были представлены в виде «черного ящика», были построены аттракторы в (псевдо)фазовом m-мерном пространстве вложения и определена их размерность. Авторами был разработан алгоритм определения временного лага τ, который соответствует либо экстремуму корреляционного интеграла, либо определяется с помощью модифицированного метода ЛБС, и был предложен полный модифицированный алгоритм предварительного фрактального анализа временных рядов с последующим построением ПНС, основанным на результатах этого анализа.

Алгоритм для дискретно-нелинейных систем был обобщен на случай чисто нелинейных систем и применен к построению ПНС для получения прогнозов для ЭГЭГ сигнала (электрический сигнал вырабатываемый системой желудочно-кишечного тракта человека) и поведения курса отношения валют евро к доллару.

Список литературы

1. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б., Подлазов А.В. Нелинейная динамика: подходы, результаты, надежды. 2-е. изд. М.: КомКнига, 2009. 280 с.
2. Анищенко В.С. Сложные колебания в простых системах: механизмы возникновения, структура и свойства динамического хаоса в радиотехнических системах. М.: Наука, 1990. 312 с.
3. Мусалимов В.М., Резников С.С., Чан Нгок Чау. Специальные разделы высшей математики. СПб.: СПбГУ ИТМО, 2006. 80 с.
4. Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Издательство физико-математической литературы, 2001. 296 с.
5. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 528 с.
6. Антипов О.И., Неганов В.А., Потапов А.А. Детерминированный хаос и фракталы в дискретно-нелинейных системах. М.: Радиотехника, 2009. 235 с.
7. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence // Dynamical Systems and Turbulence. Lecture Notes in Mathematics. 1981. V. 898. P. 366–381.
8. Головко В., Чумерин Ю. Нейросетевые методы определения спектра Ляпунова хаотических процессов // Нейрокомпьютеры: разработка и применение. 2004. № 1.
9. Головко В.А., Савицкий Ю.В. Нейросетевые методы определения спектра Ляпунова // Компьютинг. 2002. № 1. С. 80–86.
10. Головко В.А., Чумерин Н.Ю., Савицкий Ю.В. Нейросетевой метод оценки спектра Ляпунова по наблюдаемым реализациям // Вестник Брестского государственного технического университета. 2002. № 4. С. 66–70.
11. Бэстенс Д.-Э., ван ден Берг В.-М., Вуд Д. Нейронные сети и финансовые рынки: принятие решений в торговых операциях. М.: ТВП, 1997. 236 с.
12. Круглов В.В., Борисов В.В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика. 2-е изд., стереотип. М.: Горячая линия – Телеком, 2002. 382 с.
13. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации / пер. с польского И.Д. Рудинского. М.: Финансы и статистика, 2002. 344 с.
14. Нейронные сети. STATISTICA Newral Networks: методология и технологии современного анализа данных / под

ред. В.П. Боровикова. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Горячая линия − Телеком, 2008. 392 с.

15. Головко В.А. Нейросетевые методы обработки хаотических процессов // VII Всероссийская научно-техническая конференция «Нейроинформатика 2005»: лекции по нейроинформатике. М.: МИФИ, 2005. С. 43−91

16. Ежов А.А., Шумский С.А. Нейрокомпьютинг и его применение в экономике и бизнесе: учебное пособие. М.: МИФИ, 1998. 224 с.

Fractal analysis of nonlinear systems and the construction of its basis of predictive neural networks

O.I. Antipov, V.A. Neganov

The algorithm pre-fractal analysis of chaotic time series for the construction of predictive neural networks (PNN), based on the method developed to identify the time lag. The algorithm was applied to the temporal samples from different areas of science and technology: economics, medicine and electronics. The method is based on fractal analysis of one-dimensional output signal coming from the generating system provided in the form of "black box". Sequence analysis of the following: definition of the time lag of a number τ and its "phase shift" φ_τ, forming a time series, the restoration by the method of delays attractor in the space and the calculation using the method of Grassberger − Procaccia its maximum embedding dimension m_C and the correlation fractal dimension D_C. Made in the reconstruction of the attractor space by the method of Takens. Next crating PNN: selects its structure and principle of implementation. Education networks held by the gradient method Levenberg − Marquardt. The results of predictions obtained from a network built on the basis of multilayer perceptron with one hidden layer.

Keywords: fractal analysis, time series, the lag time, predictive neural network training Levenberg − Marquardt method.