

Электровзвукковые волны щелевого типа в слоистой структуре относительно перемещающихся пьезоэлектриков

Е.А. Вилков¹, С.Н. Марышев², Н.С. Шевяхов¹

¹ Ульяновский филиал Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН
432011, Россия, г. Ульяновск
ул. Гончарова, 48

² Московский физико-технический институт (государственный университет)
141700, Россия, Московская обл., г. Долгопрудный
Институтский переулок, 9

Обсуждаются особенности дисперсионных спектров мод щелевых электровзвукковых волн в слоистой структуре пьезоэлектриков с вакуумным зазором, вызванные их относительным равномерным перемещением. Показана возможность практического использования антисимметричной моды щелевых электровзвукковых волн для разработки сенсорных устройств.

Ключевые слова: электровзвукковые волны, пьезоэффект, механическая относительность, щелевые структуры.

Введение

Хорошо известно [1–4], что границы вакуумного зазора пьезоэлектриков класса 6 mm (4 mm, ∞ mm) без металлизации способны удерживать сдвиговые поверхностные волны, получившие [2] название щелевых электровзвукковых волн. Для них причиной граничной локализации и взаимной гибридизации электроупругих полей по разные стороны зазора является сцепление электрическими полями, возникающими благодаря пьезоэффекту обоих кристаллов в зазоре. При конструировании приборов для исследования электропроводящих жидкостей посредством щелевых электровзвукковых волн возникает необходимость в металлизации границ пьезоэлектриков. В этом случае сцепление пьезоэлектриков электрическими полями через зазор с успехом заменяет связь, возникающая между кристаллами благодаря присущей реальным жидкостям вязкости [5].

В настоящее время исследования дисперсионных свойств щелевых электровзвукковых волн акцентированы на выявлении особенностей, связанных с учетом диэлектрических свойств материала слоя, размещенного без акустического контакта в зазоре. Наряду с этим учитывались различия пьезоэлектриков в отношении материальных параметров и кристаллографической симметрии, рассматривалось влияние поперечного размера одного из пьезоэлектриков слоистой

структуры, а также оценивался вклад запаздывания электрических полей. Соответствующие результаты приведены в работах [6–8].

Кроме перечисленных аспектов в [9] в связи с запросами бурно развивающейся мехатроники [10] обсуждалось влияние относительного продольного перемещения (ОПП) пьезоэлектриков класса 4 mm (6 mm, ∞ mm), разделенных предельно тонким зазором, на поведение щелевых электровзвукковых волн. Выяснилось, что они обладают сравнительно высокой чувствительностью к скорости и знаку скорости таких перемещений. В акустоэлектронных радиокомпонентах на поверхностных акустических волнах (ПАВ) надежно регистрируемые изменения скорости их распространения при различных воздействиях на звукопровод обычно малы (составляют десятые и сотые доли процента [11]). Предлагается поэтому, что преобразование щелевых электровзвукковых волн вследствие ОПП можно положить в основу действия различного рода сенсорных датчиков кинематических характеристик, а сам механизм взаимодействия кристаллов, обеспечивающий формирование щелевых электровзвукковых волн электрическими полями через зазор, использовать, попутно для контроля и саморегулирования взаимных перемещений пьезоэлектриков.

Для внесения большей ясности в оценку указанных перспектив следует обобщить результаты

[9] на случай зазора конечной толщины. Целесообразно также расширить группу пьезоэлектриков, допускающих использование ОПП, за счет других классов гексагональной и тетрагональной симметрии. Ниже обсуждается распространение электрозвуковых волн в структуре с конечной щелью пары одинаковых пьезоэлектриков класса 6 (4, 6 mm, 4 mm, ∞ mm), претерпевающих ОПП и имеющих общую ориентацию главных (полярных) направлений 6 (4).

1. Исходные уравнения и граничные условия

В геометрии задачи на рис. 1 принято, что оба кристалла (как движущийся, номера $j = 1$, так и неподвижный, номера $j = 2$) принадлежат к общему классу симметрии 6 (4) и имеют одинаковую ориентацию кристаллографических осей 6 (4) перпендикулярно плоскости рисунка. Исходные уравнения выглядят одинаково в соответствующих системах покоя кристаллов – лабораторной системе отсчета $xOyz$ для нижнего ($y < -h$) и попутной $\tilde{x}\tilde{O}\tilde{y}\tilde{z}$ системе отсчета для верхнего ($y > h$) кристалла. Учитывая поляризацию сдвиговых смещений u_j по оси z и то обстоятельство, что добавление для кристаллов класса 6 в матрицу пьезомодулей кристаллов класса 6 mm (4 mm, ∞ mm) компонент $e_{1,4} = -e_{2,5}$ отразится только в граничных условиях задачи, этим уравнениям, следуя [9], придадим в координатах лабораторной системы отсчета вид

$$\left(\delta_{1j} V \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} \right)^2 u_j = c^2 \nabla^2 u_j, \quad (1)$$

$$\nabla^2 \Phi_j = 0, \quad \Phi_j = \frac{4\pi e_{1,5}}{\varepsilon} u_j + \Phi_j.$$

Здесь величина $c^2 = c_{44}^* / \rho$ представляет квадрат скорости сдвиговых волн в материале пьезоэлектриков с «ужесточенным» за счет пьезоэффекта модулем упругости $c_{44}^* = c_{44} + 4\pi e_{1,5}^2 / \varepsilon$, пьезомодулем $e_{1,5}$, диэлектрической проницаемостью ε и плотностью ρ . Величины Φ_j и Φ_j имеют смысл потенциалов полного электрического поля и поля приграничных электрических колебаний, V – скорость ОПП, δ_{1j} – символ Кронекера, ∇^2 – оператор Лапласа.

Уравнения (1) следует решать совместно с уравнением Лапласа

$$\nabla^2 \Phi_0 = 0 \quad (2)$$

для потенциала Φ_0 электрического поля, возникающего в зазоре ($|y| < h$, $2h$ – толщина за-

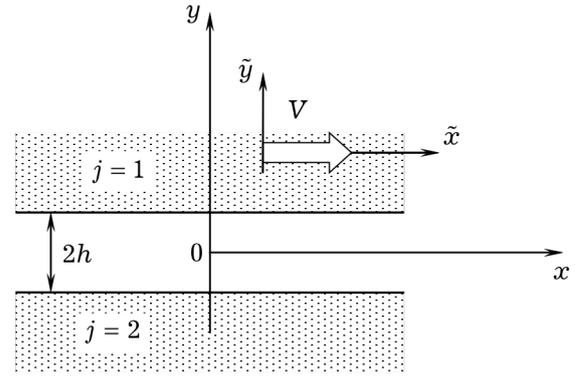


Рис. 1. Геометрия задачи

зора) между кристаллами. Кроме этого, на нематаллизированных границах кристаллов $y = \pm h$ должны соблюдаться требования непрерывности потенциалов и нормальных составляющих $D_y^{(j)}$ векторов электрической индукции, а сдвиговые напряжения $T_{yz}^{(j)}$ должны отсутствовать.

Из уравнений пьезоэффекта для кристаллов класса 6 (4) следуют выражения:

$$D_y^{(j)} = 4\pi \left(e_{1,5} \frac{\partial u_j}{\partial y} - e_{1,4} \frac{\partial u_j}{\partial x} \right) - \varepsilon \frac{\partial \Phi_j}{\partial y}, \quad (3)$$

$$T_{yz}^{(j)} = c_{44} \frac{\partial u_j}{\partial y} + \left(e_{1,5} \frac{\partial \Phi_j}{\partial y} + e_{1,4} \frac{\partial \Phi_j}{\partial x} \right).$$

Они не содержат производных по времени и поэтому справедливы в любых инерциальных системах отсчета – следовательно, пригодны для представления нормальных составляющих электрической индукции и сдвигового напряжения в лабораторной системе отсчета для обоих кристаллов. Вторые члены в круглых скобках выражений (3) представляют пьезоэлектрический вклад, специфичный именно для кристаллов класса 6 – т. н. «поперечный пьезоэффект» [12], который обычно выражен слабо. По этой причине им иногда пренебрегают [5], не делая специальной оговорки.

С учетом последнего равенства (1) и выражений (3) граничные условия запишутся следующим образом:

$$\left(\frac{4\pi e_{1,5}}{\varepsilon} u_j + \Phi_j \right) \Big|_{y=(-1)^{j+1}h} = \Phi_0 \Big|_{y=(-1)^{j+1}h},$$

$$\left(4\pi e_{1,4} \frac{\partial u_j}{\partial x} + \varepsilon \frac{\partial \Phi_j}{\partial y} \right) \Big|_{y=(-1)^{j+1}h} = \frac{\partial \Phi_0}{\partial y} \Big|_{y=(-1)^{j+1}h}, \quad (4)$$

$$\left[c_{44}^* \frac{\partial u_j}{\partial y} + \frac{4\pi e_{1,4} e_{1,5}}{\varepsilon} \frac{\partial u_j}{\partial x} + \left(e_{1,5} \frac{\partial \Phi_j}{\partial y} + e_{1,4} \frac{\partial \Phi_j}{\partial x} \right) \right] \Big|_{y=(-1)^{j+1}h} = 0.$$

2. Решение граничной задачи

Решение уравнений (1), (2) ищем в виде волн, распространяющихся вдоль границ структуры $y = \pm h$, сообразно чему потребуем, чтобы величины u_j , Φ_j и Φ_0 были пропорциональны общему экспоненциальному множителю $\exp[i(kx - \omega t)]$, где k – волновое число, а ω – циклическая частота электровзвучивающей волны в лабораторной системе отсчета. С учетом ограниченности сдвиговых смещений и электрических потенциалов получим

$$\begin{aligned} u_1 &= U_1 \exp(i\phi) \exp(-s_1 y), \\ \Phi_1 &= F_1 \exp(i\phi) \exp(-ky), \\ u_2 &= U_2 \exp(i\phi) \exp(s_2 y), \\ \Phi_2 &= F_2 \exp(i\phi) \exp(ky), \\ \Phi_0 &= \exp(i\phi)[A \exp(ky) + B \exp(-ky)], \\ \phi &= kx - \omega t. \end{aligned} \quad (5)$$

Величины $s_{1,2}$ в формулах (5) определяются равенствами

$$\begin{aligned} s_1 &= \left[k^2 - \left(k\beta - \frac{\omega}{c} \right)^2 \right]^{1/2}, \\ s_2 &= \left(k^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \right)^{1/2}, \quad \beta = \frac{V}{c} \end{aligned} \quad (6)$$

и имеют смысл коэффициентов амплитудного спада сдвиговых смещений с изменением поперечной координаты в соответствующем кристалле по мере удаления от границы.

Подстановка выражений (5) в граничные условия (4) приводит к системе однородных алгебраических уравнений относительно амплитуд $U_{1,2}$, $F_{1,2}$, A и B . Из требования ее разрешимости получаем искомое дисперсионное соотношение для щелевых волн в слоистой структуре пьезоэлектриков класса 6 с вакуумной щелью в условиях ОПП:

$$\begin{aligned} & \left[(\mathcal{K}^2 - \varepsilon \mathcal{K}_\perp^2) - (1 + \varepsilon) \frac{s_2}{k} \right] \times \\ & \times \left[(\mathcal{K}^2 - \varepsilon \mathcal{K}_\perp^2) - (1 + \varepsilon) \frac{s_1}{k} \right] = \\ & = e^{-4\xi} \left[(\mathcal{K}^2 + \varepsilon \mathcal{K}_\perp^2) - (1 - \varepsilon) \frac{s_2}{k} \right] \times \\ & \times \left[(\mathcal{K}^2 + \varepsilon \mathcal{K}_\perp^2) - (1 - \varepsilon) \frac{s_1}{k} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $\xi = kh$, а величины $\mathcal{K}_\perp^2 = 4\pi e_{1,4}^2 / (c_{44}^* \varepsilon)$, $\mathcal{K}^2 = 4\pi e_{1,5}^2 / (c_{44}^* \varepsilon)$ представляют собой квадраты коэффициентов электромеханической связи кристаллов для поперечного [12] и продольного

пьезоэффекта соответственно. Вместе с выражениями (5), (6) оно полностью определяет структуру и дисперсионные свойства щелевых волн. В частности, если в (7) величины s_1 и s_2 выразить согласно (6), то данное равенство примет вид трансцендентного уравнения, корни которого дают стандартную форму $\omega = \omega(k)$ дисперсионной зависимости. Видно также, что в пределе $\xi \rightarrow \infty$, когда сцепление кристаллов электрическими полями через зазор исчезает, уравнение (7) определяет спектры электровзвучивающих волн на свободной границе одиночных пьезоэлектриков класса 6 в виде характерной (см. [13, 14]) пропорциональной связи величин s_j и k .

3. Дисперсионные спектры мод щелевых волн в отсутствие ОПП

В отсутствие ОПП $\beta = 0$ из (6) получаем $s_1 = s_2 \equiv s$. Произведения величин в квадратных скобках уравнения (7) образуют тогда их квадраты. Соответственно, извлекая корни в обеих сторонах равенства, можно вдвое понизить порядок уравнения и получить с учетом знака корней известные результаты работ [2, 3]:

$$\begin{aligned} s_+ &= k \frac{\mathcal{K}^2 - \varepsilon \mathcal{K}_\perp^2 \operatorname{cth}(\xi)}{1 + \varepsilon \operatorname{cth}(\xi)}, \\ s_- &= k \frac{\mathcal{K}^2 \operatorname{cth}(\xi) - \varepsilon \mathcal{K}_\perp^2}{\operatorname{cth}(\xi) + \varepsilon}. \end{aligned} \quad (8)$$

Формулы (8) описывают спектры симметричной (s_+) и антисимметричной (s_-) моды щелевой электровзвучивающей волны, называемые так в соответствии с характером распределения электрического потенциала Φ_0 поперек зазора. В частном случае пьезоэлектриков класса 6 mm, когда поперечная пьезоактивность отсутствует ($\mathcal{K}_\perp^2 = 0$), выражения (8) переходят, как следовало ожидать, в формулы работы [2].

Преимуществом представления спектра щелевых электровзвучивающих волн формулами (8) является то обстоятельство, что при установлении их дисперсионных свойств отпадает необходимость численного решения трансцендентных уравнений. Так, определив расчетом s для избранного значения k , последующим использованием формул (6) можно всегда установить соответствующее этому k (и этому s) значение ω , а далее рассчитать фазовую скорость волны $v = \omega/k$. Другое достоинство формул (8) заключается в явном разделении спектра по модам.

Стандартные спектры мод щелевых электровзвучивающих волн в виде зависимостей $\omega = \omega(k)$

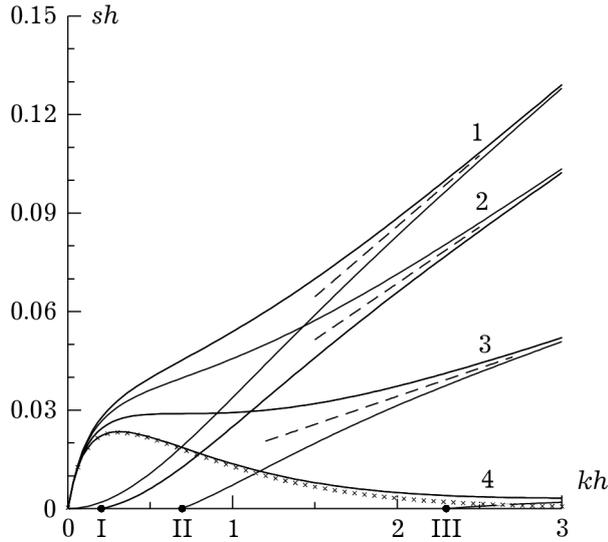


Рис. 2. Общая картина спектров локализации мод щелевых электрозвуковых волн в структуре идентичных неподвижных кристаллов класса 6

не наглядны для графического представления. Поэтому здесь и в следующих разделах с целью изображения используются спектры локализации мод в виде зависимостей $s = s(k)$ или дисперсионные спектры фазовых скоростей $v = v(\omega)$.

На рис. 2 показаны типичные спектры локализации мод щелевых электрозвуковых волн для двух одинаковых неподвижных кристаллов с параметрами $\mathcal{K}^2 = 0.3$, $\varepsilon = 6$ и $\mathcal{K}_\perp^2 = 0$ (кривые 1), $\mathcal{K}_\perp^2 = 0.01$ (кривые 2), $\mathcal{K}_\perp^2 = 0.03$ (кривые 3), $\mathcal{K}_\perp^2 = 0.049$ (кривые 4). В каждом случае картина спектров образуется парой ветвей, верхняя из которых соответствует антисимметричной моде s_- . Нижние ветви парных кривых 1–4 соответствуют менее локализуемой симметричной моде s_+ ($s_+ < s_-$). Они имеют, выделенные точками I, II, III, нижнюю отсечку спектра $\xi^* = (kh)^*$, которая устанавливается по условию $s_+ = 0$, согласно (8), равенством

$$\xi^* = \text{Arth} \left(\varepsilon \frac{\mathcal{K}_\perp^2}{\mathcal{K}^2} \right). \quad (9)$$

Отрезки штриховых линий рис. 2 изображают фрагменты линейного спектра $s = k(\mathcal{K}^2 - \varepsilon \mathcal{K}_\perp^2) / (1 + \varepsilon)$ электрозвуковой волны на неметаллизированной границе пьезоэлектрического кристалла [13, 14]. По отношению к ветвям мод 1–4 щелевой электрозвуковой волны этот спектр выступает в пределе $\xi \rightarrow \infty$ в качестве общей асимптоты. Таким образом, при больших h или на высоких частотах (для кривых рис. 2 при $kh > 3$) щелевые волны ведут себя практически подобно электрозвуковым волнам на поверхности одночного пьезокристалла.

Выражение (9) показывает, что величина ξ^* определяется относительным вкладом поперечного пьезоэффекта в пьезоактивность кристалла. Для пьезоэлектриков класса 6 mm (4 mm, ∞ mm) поперечная пьезоактивность отсутствует, и поэтому $\xi^* = 0$, т. е. симметричная мода (см. нижнюю ветвь кривых 1) существует наравне с антисимметричной модой во всем спектральном диапазоне. Напротив, для пьезоэлектриков класса 622 (422), обладающих только поперечной пьезоактивностью, равенство (9) не может удовлетвориться, свидетельствуя об отсутствии симметричной моды вообще. Антисимметричная мода в этих условиях ($\mathcal{K}^2 = 0$) также не реализуется, но уже по причине, вытекающей из (8) отрицательности коэффициента граничной локализации колебаний: $s_- < 0$.

Из сравнения кривых 1–3 рис. 2 видно, что с усилением поперечной пьезоактивности кристалла на фоне преобладающей его продольной пьезоактивности асимптоты испытывают все больший наклон. В пределе $\varepsilon \mathcal{K}_\perp^2 \rightarrow \mathcal{K}^2$, когда продольная пьезоактивность компенсируется, асимптота спектра мод сливается с горизонтальной осью. Поэтому сохраняющаяся в этих условиях в единственном экземпляре ветвь антисимметричной моды (согласно (9), при $\varepsilon \mathcal{K}_\perp^2 \rightarrow \mathcal{K}^2$ имеем $\xi^* \rightarrow \infty$, т. е. симметричная мода отсутствует), показанная на рис. 2 мелкими косыми крестиками, асимптотически приближается к горизонтальной оси.

4. Изменение спектров мод щелевых волн под влиянием ОПШ

Помимо условий

$$\frac{v}{c} - 1 < \beta < \frac{v}{c} + 1, \quad -1 < \frac{v}{c} < 1, \quad (10)$$

обеспечивающих, согласно (6), вещественность и положительную определенность коэффициентов локализации $s_{1,2}$ щелевых волн, для существования корней уравнения (7) требуется, чтобы произведение величин в квадратных скобках в его левой стороне было положительно. Обозначая далее $Q = (\mathcal{K}^2 - \varepsilon \mathcal{K}_\perp^2) / (1 + \varepsilon)$ и принимая во внимание выражения (6) в дополнение к условиям (10), получим:

$$\begin{cases} \frac{v}{c} < -\sqrt{1-Q^2}, & \left\{ \frac{v}{c} < \beta - \sqrt{1-Q^2}, \right. \\ \frac{v}{c} > \sqrt{1-Q^2}, & \left. \frac{v}{c} > \beta + \sqrt{1-Q^2}, \right. \end{cases} \quad (11)$$

или

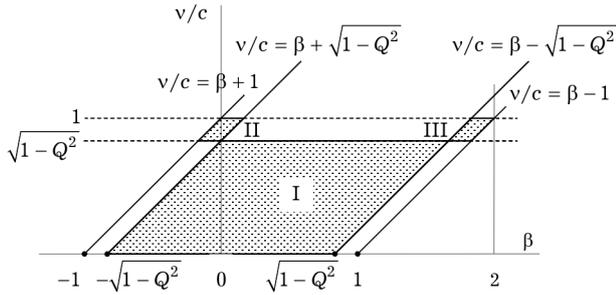


Рис. 3. Области I–III существования решения уравнения (7), выделенные фоном

$$\begin{aligned}
 &-\sqrt{1-Q^2} < \frac{v}{c} < \sqrt{1-Q^2}, \\
 &\beta - \sqrt{1-Q^2} < \frac{v}{c} < \beta + \sqrt{1-Q^2}.
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

Совмещение условий (10), (11) или (10), (12) ограничим случаем прямо распространяющихся щелевых волн. Тогда из (10) следует, что $0 < v < c$, а скорости ОПП лежат в интервале $-1 < \beta < 2$. На рис. 3 для выделенных интервалов изменения v и β показаны точечным фоном область I выполнения условий (12) и области II и III, в которых удовлетворяются условия (11). Область III интереса не представляет, поскольку, ввиду обычно выполняющихся для реальных кристаллов условий $Q \ll 1$, $\varepsilon \cong 10$, требует $\beta \cong 2$, весьма далеких от представляющих практический интерес значений $|\beta| \ll 1$.

В этом диапазоне β искажения профиля в распределении потенциала поперек щели вследствие ОПП будут малы, и в именованных мод щелевых волн можно придерживаться сложившихся традиций. Численным решением уравнения (7) в области I установлено, что здесь получаются решения, которые соответствуют антисимметричной моде спектра. Область II содержит решения, описывающие симметричную моду.

На рис. 4 представлены типичные зависимости $v = v(\omega)$ антисимметричной моды при различных значениях β , полученные решением уравнения (7) в области I для слоистой структуры кристаллов класса 6 mm (4 mm) с параметрами $\mathcal{K}^2 = 0.3$, $\mathcal{K}_\perp^2 = 0$, $\varepsilon = 6$. Штриховая кривая соответствует здесь зависимости $s = s(k)$, показанной на рис. 2 верхней кривой 1 для случая $\beta = 0$. Видно, что спектры антисимметричной моды характеризуются нормальной дисперсией: $dv/d\omega > 0$. Влияние ОПП выражается при $\beta > 0$ их подъемом над штриховой кривой и, наоборот, – снижением при $\beta < 0$ ниже штриховой кривой. В высокочастотном пределе $\Omega \rightarrow \infty$ спектры попутного ОПП ($\beta > 0$) имеют общую асимптоту $v_\infty/c = \sqrt{1-Q^2}$,

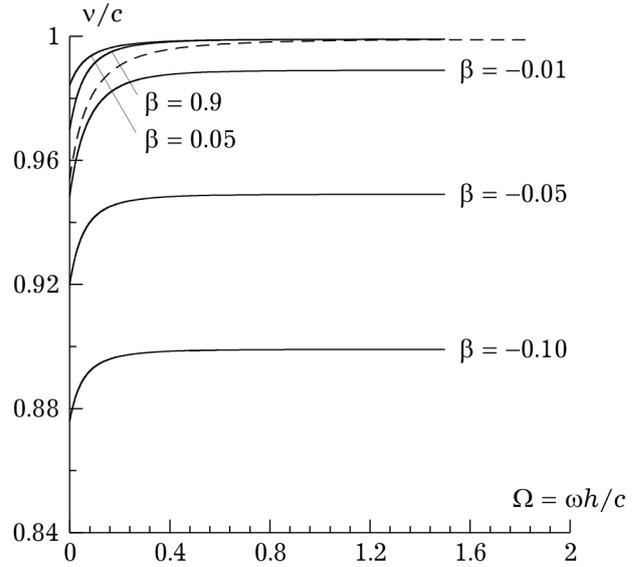


Рис. 4. Дисперсия фазовой скорости антисимметричной моды щелевой волны в структуре кристаллов с ОПП

соответствующую фазовой скорости волны Гуляева–Блюштейна на границе изолированного кристалла [13, 14]. Спектры встречного ОПП ($\beta < 0$) в силу того, что верхняя граница $\sqrt{1-Q^2}$ значений v/c заменяется, согласно (12), на $\sqrt{1-Q^2} + \beta$, имеют неодинаковые, линейно снижающиеся асимптоты $v_\infty/c = \sqrt{1-Q^2} + \beta$. Такое же снижение испытывают начальные точки спектров $v(0) = v(\omega \rightarrow 0) = v(h \rightarrow 0)$, которые, как показано в [9], подчиняются уравнению

$$\begin{aligned}
 &\mathcal{K}^2 \left[\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} + \sqrt{1 - \left(\beta - \frac{v}{c}\right)^2} \right] = \\
 &= 2\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \sqrt{1 - \left(\beta - \frac{v}{c}\right)^2}.
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

Сушественно большие изменения спектров антисимметричной моды при $\beta < 0$, нежели в противном случае, уже отмечались в [9] для щелевой структуры с предельно тонким зазором. Данную разницу поведения спектров можно рассматривать как выраженное проявление щелевой структурой свойств невзаимности вследствие ОПП.

На рис. 5 для тех же параметров, что в случае рис. 4, представлены спектры симметричной моды щелевых волн из области II решений уравнения (7). В расчетах использовались весьма малые допустимые значения: $|\beta| \cong 10^{-4}$. Дисперсия фазовой скорости симметричной моды щелевых волн оказывается аномальной: $dv/d\omega < 0$. Ее высокочастотная асимптота v_∞ варьируется теперь под влиянием попутного ОПП и, напротив,

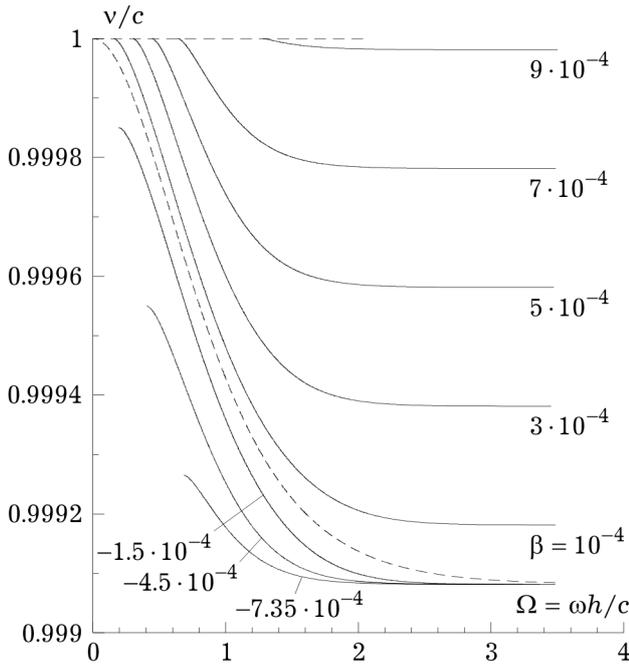


Рис. 5. Дисперсия фазовой скорости симметричной моды целевой волны в структуре кристаллов с ОПП

остаётся неизменной на уровне спектра электрозвуковой волны Гуляева-Блюштейна для изолированного кристалла, если $\beta < 0$. Величина v_∞ в случае $\beta > 0$, когда условия (11) сводятся к последнему из них, получится при замене знака неравенства равенством. Таким образом, как для антисимметричной моды в условиях $\beta < 0$, имеем $v_\infty / c = \sqrt{1 - Q^2} + \beta$.

Происходящее с ростом $\beta > 0$ «поджатие» асимптоты симметричной моды целевой волны v_∞ к верхнему пороговому уровню $v = c$, показанному на рис. 5 горизонтальной штриховой линией, сопровождается быстрым ростом низкочастотной отсечки спектра. Координаты точки отсечки (c, Ω^*) для спектральных кривых рис. 5 определяются из условий $v = c$, $s_2 = 0$, $\mathcal{K}_\perp^2 = 0$, что с подстановкой в (7) при учете равенств (6) дает

$$\Omega^* = \frac{1}{4} \ln \left[\frac{\mathcal{K}^2 + (\varepsilon - 1)\sqrt{\beta(2 - \beta)}}{\mathcal{K}^2 - (\varepsilon + 1)\sqrt{\beta(2 - \beta)}} \right]. \quad (14)$$

Из формулы (14) следует, что с приближением β к предельно допустимому значению $\beta^* = 1 - \sqrt{1 - Q^2}$, когда знаменатель дроби под знаком логарифма стремится к нулю, $\Omega^* \rightarrow \infty$. Напомним, что результаты, представленные на рис. 5 и описываемые формулами (13), (14), соответствуют кристаллам класса 6 mm (4 mm, ∞ mm). Для них в отсутствие ОПП отсечка спектра симметричной моды (см. нижнюю из кривых 1 на рис. 2 и штриховую кривую рис. 5, соответствующую случаю $\beta = 0$) не существует.

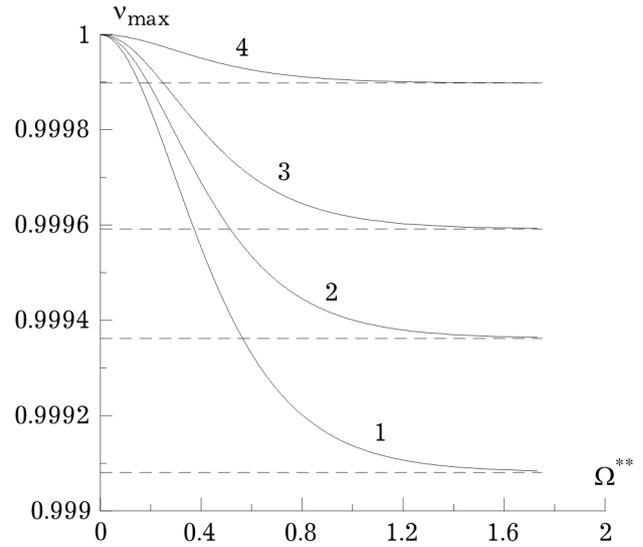


Рис. 6. Связь максимально допустимой скорости симметричной моды встречного ОПП с пороговой частотой. Кристаллы с $\varepsilon = 6$: 1 - $\mathcal{K}^2 = 0.3$; 2 - $\mathcal{K}^2 = 0.25$; 3 - $\mathcal{K}^2 = 0.2$; 4 - $\mathcal{K}^2 = 0.1$

Общее сходство в изменении поведения симметричной и антисимметричной мод под влиянием ОПП ограничивается, пожалуй, тем, что попутное ОПП кристаллов ($\beta > 0$) всегда повышает, а встречное ОПП ($\beta < 0$) – понижает фазовую скорость целевых волн. На рис. 5 это выражается отнюдь не квазитрансляционным, как на рис. 4, смещением при $\beta < 0$ спектральных кривых вниз, а снижением только верхнего порогового уровня фазовой скорости v_{\max} при фиксировании нижнего уровня v высокочастотной асимптотой – спектром волны Гуляева – Блюштейна для изолированного кристалла. Причина в том, что, согласно (10), при встречном ОПП $\beta < 0$ вместо требования $v < c$ начинает действовать не противоречащее ему более жесткое условие $v/c < \beta + 1$. Таким образом, частотная отсечка спектра симметричной моды уступает место отсечке спектра по фазовой скорости сверху. Соответствующую значению $v_{\max} = 1 + \beta$ пороговую частоту $\Omega^{**} = \Omega(v_{\max})$ – нижнюю границу спектра симметричной моды – можно найти подстановкой в (7) вместо v величины v_{\max} :

$$\Omega^{**} = \frac{1 + \beta}{4} \ln \left[\frac{\mathcal{K}^2 + (\varepsilon - 1)\sqrt{1 - (1 + \beta)^2}}{\mathcal{K}^2 - (\varepsilon + 1)\sqrt{1 - (1 + \beta)^2}} \right]. \quad (15)$$

При выводе формулы (15) учтено, что в (7), согласно (6), имеем:

$$\frac{s_1}{k} = \sqrt{1 - (\beta - v/c)^2}, \quad \frac{s_2}{k} = \sqrt{1 - (v/c)^2}.$$

Выражение (15) вместе с равенством $v_{\max} = 1 + \beta$ представляет параметрическую форму задания кривой, проходящей в спектральной плоскости

по точкам верхней отсечки спектров симметричной моды при непрерывном уменьшении β от нуля. На рис. 6 представлена серия подобных кривых для нескольких значений варьируемого параметра \mathcal{K}^2 . Видно, что диапазон изменения фазовой скорости симметричной моды для встречного ОПП существенно предопределяется степенью пьезоактивности кристаллов. При этом с выходом на высокочастотную асимптоту спектров (показаны штриховыми горизонтальными линиями) $\Omega^{**} \rightarrow \infty$.

5. Оценка возможности экспериментального обнаружения вариаций скорости щелевых волн под влиянием ОПП

Из проведенного выше анализа спектрального поведения щелевых волн в условиях ОПП кристаллов с очевидностью вытекает, что для экспериментальной проверки предпочтительнее следует отдать антисимметричной моде. Действительно, она лучше локализуется у границ кристаллов, существует на всех частотах и, при прочих равных условиях, демонстрирует сравнительно большие изменения фазовой скорости вследствие ОПП. Абстрагируясь от исполнения совместно с неподвижным кристаллом функции звукопровода, движущийся пьезоэлектрик будем рассматривать в качестве внешнего фактора, а нижний кристалл – как реагирующий на него сенсорный датчик. Тогда вопрос о возможности экспериментального обнаружения вариаций фазовой скорости щелевой волны под влиянием ОПП сводится к оценке пороговой чувствительности такого рода датчика.

В настоящее время датчики на поверхностных акустических волнах (ПАВ) применяют для измерения давления, температуры, влажности, концентрации газов в окружающей среде и ряда других параметров [15–17]. Принцип их действия основывается на изменениях скорости распространения ПАВ под влиянием внешних полей или нагрузок на звукопровод. Соответственно этому способность ПАВ-датчика реагировать на воздействие принято оценивать относительным изменением скорости ПАВ $\Delta v/v$, рассматриваемым в качестве функции измеряемого параметра, а также конструктивных показателей и эксплуатационных характеристик устройства.

Для современных ПАВ-сенсоров минимальные значения $\Delta v/v$, определяющие порог их чув-

ствительности, лежат несколько ниже уровня 10^{-6} (варьируются в пределах от 10^{-8} до 10^{-6} в зависимости от диапазона частот, избираемого типа ПАВ и измеряемого параметра [16]). Воспользуемся данной величиной $(\Delta v/v)_{\min} = 10^{-6}$ в качестве порога чувствительности щелевой структуры, рассматриваемой как обобщенное ПАВ-устройство, чтобы оценить возможность использования антисимметричной моды для регистрации скорости ОПП.

В простейшем случае предельно тонкой щелевой структуры, образуемой парой одинаковых пьезокристаллов, фазовая скорость v антисимметричной моды удовлетворяет равенству (13). Представляя v в (13) как $v = v_0 + \Delta v$ и учитывая, что фазовая скорость антисимметричной моды в отсутствие ОПП определяется равенством $\mathcal{K}^2 = \sqrt{1 - v_0^2/c^2}$, получим:

$$\frac{2}{\mathcal{K}^2} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2} \left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\right)^2}} + \frac{1}{\sqrt{1 - \left[\beta - \frac{v_0}{c^2} \left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\right)\right]^2}}. \quad (16)$$

Величина $\Delta v/v_0$ в (16) не что иное, как относительное изменение фазовой скорости щелевой волны вследствие ОПП. Равенство (16) поэтому можно рассматривать как неявную форму задания зависимости $\Delta v/v_0$ от β с вытекающей отсюда возможностью определения параметра β и тех минимальных скоростей ОПП, при которых еще гарантируется регистрация изменений v на заданном уровне чувствительности $\Delta v/v_0 = \text{const}$.

В связи со сказанным целесообразно выразить величину β явным образом из (16), где, в свою очередь, степени отношения v_0/c заменим согласно равенствам $v_0/c = \sqrt{1 - \mathcal{K}^4}$, $(v_0/c)^2 = 1 - \mathcal{K}^4$. После элементарных преобразований получим:

$$\beta = \sqrt{1 - \mathcal{K}^4} \left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\right) - \sqrt{1 - \mathcal{K}^4} \frac{1 - (1 - \mathcal{K}^4) \left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\right)^2}{\left[2\sqrt{1 - (1 - \mathcal{K}^4) \left(1 + \frac{\Delta v}{v_0}\right)^2} - \mathcal{K}^2\right]^2}. \quad (17)$$

Для оценки минимальных (на пороге чувствительности щелевой структуры к изменениям фазовой скорости щелевых волн под влиянием ОПП) значений β величину отношения $\Delta v/v_0$ следует полагать предельно малой. Поскольку такая оценка имеет заведомо ориентировочный характер, малыми величинами $\Delta v/v_0 \ll 1$ под знаком корня во втором члене формулы (17) можно без особого ущерба пренебречь и получить

$$\beta \cong \sqrt{1 - \mathcal{K}^4} \frac{\Delta v}{v_0}. \quad (18)$$

Отсюда для минимально допустимых скоростей ОПП, соответствующих упомянутому выше порогу чувствительности ПАВ-устройств $(\Delta v/v)_{\min} = 10^{-6}$ на частотах $f \sim 100$ МГц, находим оценку

$$V_{\min} \cong \sqrt{1 - \mathcal{K}^4} 10^{-6} c. \quad (19)$$

Таблица

Пьезоэлектрик	Класс симметрии	c , см/с	\mathcal{K}^2	V_{\min} , см/с
α -ZnS	6 mm	$2.82 \cdot 10^5$	0.003	0.282
CdS	6 mm	$1.8 \cdot 10^5$	0.00355	0.179
α -CdSe	6 mm	$1.52 \cdot 10^5$	0.019	0.152
ZnO	6 mm	$2.89 \cdot 10^5$	0.100	0.288
BaTiO ₃	4 mm	$3.13 \cdot 10^5$	0.271	0.301
PZT-4	∞ mm	$2.56 \cdot 10^5$	0.481	0.255
PZT-5	∞ mm	$2.26 \cdot 10^5$	0.469	0.200
BaTiO ₃	∞ mm	$3.17 \cdot 10^5$	0.230	0.308

Список литературы

- Gulyaev Yu.V., Plessky V.P. Shear surface acoustic waves in dielectric in the presence of an electric field // *Physics Letters*. 1976. V. 56A. № 6. P. 491–492.
- Гуляев Ю.В., Плесский В.П. Щелевые акустические волны в пьезоэлектрических материалах // *Акустический журнал*. 1977. Т. 23. № 5. С. 716–723.
- Балакирев М.К., Горчаков А.В. Связанные поверхностные волны в пьезоэлектриках // *Физика твердого тела*. 1977. Т. 19. № 2. С. 613–615.
- Экспериментальное исследование щелевых волн в LiJO₃ / М.К. Балакирев [и др.] // *Физика твердого тела*. 1979. Т. 21. № 8. С. 2508–2510.
- Пятаков П.А. Щелевые акустические волны на границе двух пьезоэлектрических кристаллов, разделенных слоем жидкости // *Акустический журнал*. 2001. Т. 47. № 6. С. 836–842.
- Melkumyan A., Mai Yiu-Wing. Electroelastic gap waves between dissimilar piezoelectric materials in different classes of symmetry // *International Journal of Solids and Structures*. 2009. V. 46. № 21. P. 3760–3770.
- Li X.F., Yang J.S. Piezoelectric gap waves between a piezoceramic half-space and a piezoceramic plate // *Sensors and Actuators*. 2006. V. 132A. № 2. P. 472–479.
- Yang J.S. Acoustic gap waves in piezoelectromagnetic materials // *Mathematics and Mechanics of Solids*. 2006. V. 11. № 5. P. 451–458.
- Гуляев Ю.В., Марышев С.Н., Шевяхов Н.С. Электрозвуковая волна в зазоре пьезоэлектрической пары с относительным продольным перемещением // *Письма в ЖТФ*. 2006. Т. 32. № 20. С. 18–26.

Результаты расчетов V_{\min} по формуле (19) для ряда пьезоэлектриков классов 6 mm (4 mm, ∞ mm) с параметрами, приведенными в [11, 18], сведены в таблицу. Видно, что практически для всех пьезоэлектриков минимальная скорость ОПП не превышает 3 мм/с. Таким образом, с использованием щелевых волн представляется возможным регистрировать скорости ОПП в большей части миллиметрового диапазона скоростей и выше. Учитывая частотность выхода ПАВ-устройства, т. е. пропорциональность относительных изменений скорости ПАВ $\Delta v/v_0$ относительным изменениям частоты $\Delta f/f_0$, следует помнить, что желательное для достижения оптимальной толщины зазора $h \cong v_0/f_0$ понижение частоты f_0 в то же время будет способствовать повышению порогового значения V_{\min} .

10. Recent Advances in Mechatronics / by eds R. Jablonski, M. Turkowski, R. Szezewczyk. Berlin; Heidelberg: Springer-Verlag, 2007. 693 p.
11. Зеленка И. Пьезоэлектрические резонаторы на объемных и поверхностных акустических волнах. М.: Мир, 1990. 584 с.
12. Лямов В.Е. Поляризационные эффекты и анизотропия взаимодействия акустических волн в кристаллах. М.: Изд. МГУ, 1983. 224 с.
13. Гуляев Ю.В. Поверхностные электровзвукковые волны в твердых телах // Письма в ЖЭТФ. 1969. Т. 9. № 1. С. 63–65.
14. Bleustein J.L. A new surface wave in piezoelectric materials // Applied Physics Letters. 1968. V. 13. № 12. P. 412–413.
15. Verona E., Caliendo C., D'Amico A. SAW Gas Sensors / ed. G. Sberveglieri. London: Kluwer, 1992. 281 p.
16. Анисимкин В.И., Котелянский И.М., Верона Э. Анализ газов и индуцируемых ими поверхностных процессов с помощью поверхностных акустических волн // ЖТФ. 1998. Т. 68. № 2. С. 73–81.
17. Джексон Р. Новейшие датчики. М.: Техносфера, 2007. 384 с.
18. Акустические кристаллы: справочник / ред. М.П. Шакольская. М.: Наука, 1982. 632 с.

Electroacoustic gap waves in a layered structure of relative moving piezoelectric crystals

E.A. Vilkov, S.N. Maryshev, N.S. Shevyakhov

The spectral-mode dispersion features of electroacoustic gap waves in the layered structure of piezoelectric crystals with a vacuum gap caused by their relative uniform motion are discussed. The opportunity of practical use of an antisymmetric mode of electroacoustic gap waves for development of sensor devices is shown.

Keywords: electroacoustic waves, piezoeffect, mechanical relativity, gap structures.

Неганов, В.А.

Современная теория и практические применения антенн: монография / В.А. Неганов, Д.П. Табаков, Г.П. Яровой; предисловие академика Ю.В. Гуляева; под ред. В.А. Неганова. – М.: Радиотехника, 2009. – 720 с.

ISBN 978-5-88070-222-0

УДК 621.396.67
ББК 32.845



Рассмотрены основные разделы теории и техники антенн. Освещены вопросы расчета и построения различных типов антенн (от вибраторных до рупорных и антенных решеток, включая фазированные). Основное внимание уделено антеннам СВЧ и расчетам их электромагнитных полей в ближней зоне, т.е. вопросам электромагнитной совместимости.

Принципиальное отличие книги от известных заключается в последовательном применении метода физической регуляризации (самосогласованного метода) к расчету электромагнитного поля антенн, позволяющего осуществлять непрерывный переход с излучающей поверхности антенны к пространству вне ее. С помощью самосогласованного метода получены новые результаты по теории антенн: установлены связь между поверхностной плотностью тока на вибраторной антенне и напряженностью электромагнитного поля, однонаправленный режим излучения для кольцевой (рамочной антенны), режимы стоячих и бегущих волн в цилиндрической спиральной антенне, входное сопротивление практически для всех типов антенн. Теоретический материал подкреплен примерами применения многолучевых антенн.

Предназначено для разработчиков антенно-фидерных устройств, аспирантов и докторантов, занимающихся вопросами проектирования антенных систем различного назначения, студентов радиотехнических специальностей высших учебных заведений.