

**Электродинамическая модель и методика расчета тензора  
эффективной магнитной проницаемости магнитных  
3D-наноконпозитов из опаловых матриц  
в микроволновом диапазоне**

О.А. Голованов<sup>1</sup>, Г.С. Макеева<sup>2</sup>, А.А. Ефимов<sup>1</sup>, М.А. Чиркина<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Филиал Военного учебно-научного центра СВ «Общевойсковая академия ВС РФ»  
440005, Россия, г. Пенза  
г. Пенза-5

<sup>2</sup> Пензенский государственный университет  
440026, Россия, г. Пенза  
ул. Красная, 40

На основе декомпозиционного подхода разработана электродинамическая модель волновых процессов в магнитных 3D-наноконпозитах с помощью метода автономных блоков с каналами Флоке. Развита методика определения компонент тензора эффективной магнитной проницаемости 3D-наноконпозита из решения квазисовместной системы уравнений, и рассчитана относительная погрешность определения эффективных электромагнитных параметров в модели квазисплошной среды.

Получены результаты расчета зависимости действительной и мнимой частей диагональной и недиагональной компонент тензора эффективной магнитной проницаемости 3D-наноконпозита на основе опаловой матрицы от величины постоянного магнитного поля на частоте  $f = 26$  ГГц при различном числе учитываемых в модели  $\text{Ni}_{0,7}\text{Zn}_{0,3}\text{Fe}_2\text{O}_4$  наночастиц сферической геометрии при учете фактора заполнения полости опаловой матрицы магнитным компонентом как постоянной величины. Приведено сравнение результатов моделирования с экспериментальными зависимостями.

*Ключевые слова:* электродинамическая модель, автономные блоки, каналы Флоке, эффективная магнитная проницаемость, 3D-наноконпозит, опаловая матрица.

## Введение

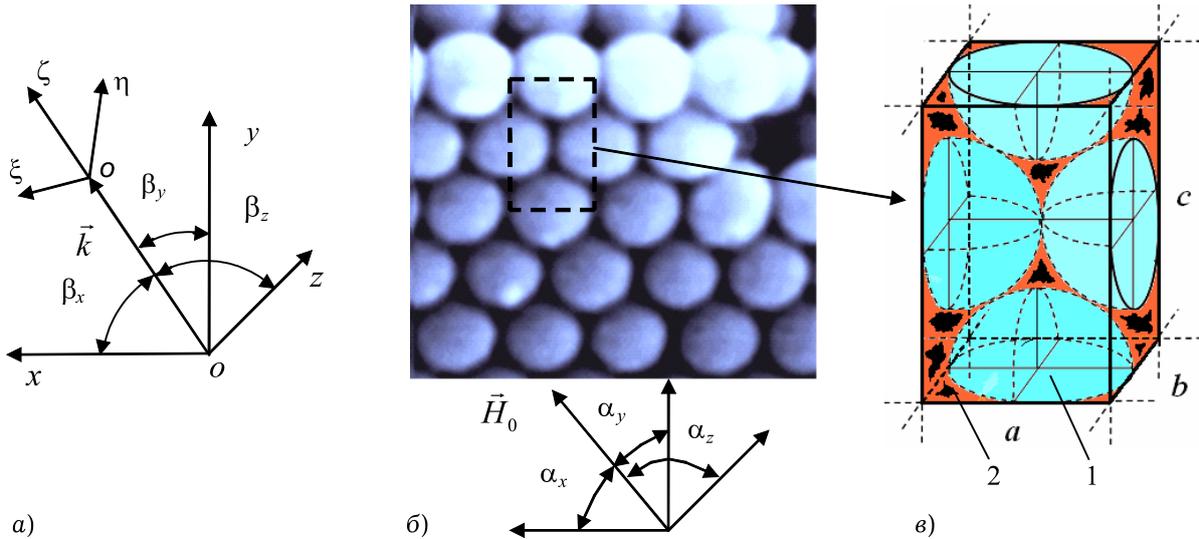
Разработка новых магнитных наноструктурных материалов способствует расширению сферы применения устройств на их основе и составляет существенный фактор научно-технического прогресса. Возрастающий интерес к этому новому классу функциональных материалов обусловлен как возможностью исследования фундаментальных свойств систем магнитных частиц и кластеров малых размеров (порядка нескольких нанометров), так и широкой областью применения в спинтронике, микроволновых электронных приборах и других устройствах СВЧ, нанопроцессорах фотоники, магнитных и магнитооптических устройствах.

Важный класс объектов этого типа представляют магнитные 3D-наноконпозиты на основе опаловых матриц. В [1] 3D-наноконпозиты получены введением в межсферическое пространство опаловых матриц (правильных упаковок сфер  $\text{SiO}_2$  диаметром около 250 нм) наночастиц ферритов-шпинелей или металлических частиц.

В результате проведенных технологических операций были получены образцы опаловых матриц с наночастицами никель-цинковых, марганец-цинковых, кобальт-цинковых ферритов, а также более сложных марганец-цинк-кобальтового, лантан-цинк-кобальтового неодим-цинк-кобальтового ферритов-шпинелей [1].

Первые эксперименты [1] показали, что внешние поля могут значительно изменять их характеристики, в частности, в условиях магнитного резонанса на частотах миллиметровых волн были получены изменения до 60 %. Столь большие изменения, которые могут реализоваться в широком интервале частот, представляют интерес для создания управляемых магнитным полем электронных приборов и радиотехнических устройств СВЧ-диапазона, в том числе взаимных.

Создание новых материалов с заданными свойствами требует проведения большого количества дорогостоящих экспериментов, часть из которых может быть заменена более дешевыми



**Рис. 1.** Модель магнитного 3D-наноконпозита на основе опаловой матрицы: а) направление распространения волнового процесса; б) периодическая 3D-наноструктура и направление внешнего постоянного магнитного поля  $\vec{H}_0$ ; в) моделирование ячейки периодической 3D-наноструктуры автономным блоком с каналами Флоке: 1 – диэлектрические  $\text{SiO}_2$ -наносферы; 2 – магнитные наночастицы

вычислительными экспериментами. Для успешного применения наноконпозитов необходимо разработать математические модели и вычислительные алгоритмы для описания процессов взаимодействия микроволнового излучения с магнитными наноматериалами и наноструктурами. Математическое моделирование предоставляет широкие возможности в определении тех параметров и характеристик магнитных наноконпозитов, которые крайне сложно определить в эксперименте, в том числе эффективных электромагнитных параметров.

### 1. Электродинамическая модель магнитных 3D-наноконпозитов из опаловых матриц

Электромагнитное поле в магнитных наноструктурах удовлетворяет системе уравнений, выведенной в [2] из уравнений Максвелла совместно с уравнением Ландау–Лифшица, в котором учитывается поле обменного взаимодействия:

$$\begin{cases} \text{rot } \vec{H} = i\omega\epsilon_0\vec{E}, & \epsilon = \epsilon - i\frac{\sigma}{\epsilon_0\omega}; \\ \text{rot } \vec{E} = -i\omega\vec{M} - i\omega\mu_0\vec{H}; \\ -(\omega_r + i\omega)\vec{M} + \omega_r\chi_0\vec{H} - \gamma\vec{M}_0 \times \vec{H} - \\ - \gamma\vec{M}_0 \times \vec{H}_q - \gamma\vec{M} \times \vec{H}_0 = 0; \\ \text{rot } \vec{M} = \vec{F}; \quad \text{rot } \vec{F} = -q^{-1}\vec{H}_q, \end{cases}$$

где  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  – векторы напряженности электрического и магнитного полей;  $\vec{M}$  – вектор намагниченности среды;  $\vec{H}_q$  – эффективное магнитное

поле обменного взаимодействия;  $\epsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость;  $\sigma$  – электропроводность среды;  $\gamma$  – гиромангнитное отношение;  $\omega_r = \alpha\gamma H_0$  – частота релаксации;  $\chi_0$  – статическая восприимчивость;  $q$  – константа обменного взаимодействия;  $\vec{H}_0$ ,  $\vec{M}_0$  – постоянные магнитное поле и намагниченность.

На рис. 1 показана модель 3D-магнитного наноконпозита на основе опаловой матрицы из диэлектрических  $\text{SiO}_2$ -наносфер, который рассматриваем как квазипериодическую 3D-наноструктуру с геометрическими размерами ячейки  $a$ ,  $b$ ,  $c$ .

Математическая модель волновых процессов в магнитных 3D-наноконпозитах строится на основе декомпозиционного подхода [3]. Область 3D-наноконпозита на основе опаловой матрицы (рис. 1, б) расчленяется условными границами на подобласти – автономные блоки с каналами Флоке (ФАБ) [2], содержащие диэлектрические  $\text{SiO}_2$ -наносферы и внедренные в полости опаловой матрицы магнитные наночастицы (рис. 1, в).

Построение модели магнитного 3D-наноконпозита проводим поэтапно. На каждом из этапов полагаем, что число  $N$  магнитных наночастиц сферической геометрии одинакового диаметра  $d$  в октаэдрической полости опаловой матрицы различно ( $N = 1 \div 5$ ), считая фактор заполнения полости магнитным компонентом постоянной величиной. При этом диаметры  $d$  магнитных наночастиц подбираются так, что суммарный объем заполнения полости магнитным компонентом во всех случаях остается одинаковым.

## 2. Математическая модель волнового процесса в периодической 3D-наноструктуре (магнитном 3D-нанокompозите на основе опаловой матрицы)

Структура магнитного 3D-нанокompозита на основе опаловой матрицы вдоль оси  $\zeta$  является периодической (рис. 1, а), через период  $\Lambda$  геометрия 3D-наноструктуры в плоскости поперечного сечения  $\xi\eta$  повторяется. Для комплексных амплитуд векторов поля  $\vec{E}, \vec{H}$  справедливы соотношения:

$$\begin{cases} \vec{E}(\xi, \eta, \zeta + \Lambda) = \vec{E}(\xi, \eta, \zeta) \exp(-i\varphi), \\ \vec{H}(\xi, \eta, \zeta + \Lambda) = \vec{H}(\xi, \eta, \zeta) \exp(-i\varphi), \end{cases} \quad (1)$$

$\varphi$  – фазовый сдвиг на длине  $\Lambda$ . Эти равенства выражают содержание теоремы Флоке [4].

Введем величину

$$v = \frac{\varphi}{\Lambda} \quad (2)$$

и построим функции

$$\begin{cases} \vec{E}(\xi, \eta, \zeta) = \vec{E}(\xi, \eta, \zeta) \exp(-iv\zeta), \\ \vec{H}(\xi, \eta, \zeta) = \vec{H}(\xi, \eta, \zeta) \exp(-iv\zeta), \end{cases} \quad (3)$$

которые являются периодическими. Представляя функции  $\vec{E}(\xi, \eta, \zeta), \vec{H}(\xi, \eta, \zeta)$  рядами Фурье, имеем:

$$\begin{cases} \vec{E}(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{E}_n(\xi, \eta) \exp\left(-i \frac{2\pi n}{\Lambda} \zeta\right), \\ \vec{H}(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{H}_n(\xi, \eta) \exp\left(-i \frac{2\pi n}{\Lambda} \zeta\right), \end{cases} \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{E}_n(\xi, \eta) &= \frac{1}{\Lambda} \int_{\zeta}^{\zeta+\Lambda} \vec{E}(\xi, \eta, \zeta) \exp\left(i\left(v + \frac{2\pi n}{\Lambda}\right)\zeta\right) d\zeta, \\ \vec{H}_n(\xi, \eta) &= \frac{1}{\Lambda} \int_{\zeta}^{\zeta+\Lambda} \vec{H}(\xi, \eta, \zeta) \exp\left(i\left(v + \frac{2\pi n}{\Lambda}\right)\zeta\right) d\zeta. \end{aligned}$$

Из (3) с учетом (4) получаем выражения для электромагнитных полей в периодической 3D-наноструктуре в направлении оси  $\zeta$  (рис. 1, а):

$$\begin{cases} \vec{E}(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{E}_n(\xi, \eta) \exp\left(-i\left(v + \frac{2\pi n}{\Lambda}\right)\zeta\right), \\ \vec{H}(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{H}_n(\xi, \eta) \exp\left(-i\left(v + \frac{2\pi n}{\Lambda}\right)\zeta\right). \end{cases} \quad (5)$$

Согласно (5) волновой процесс в 3D-периодической наноструктуре в направлении оси  $\zeta$  можно рассматривать как суперпозицию беско-

нечного числа плоских неоднородных волн (пространственных гармоник) с поперечными компонентами  $\vec{E}_n(\xi, \eta), \vec{H}_n(\xi, \eta)$  и постоянными распространения

$$\Gamma_n = v + \frac{2\pi n}{\Lambda}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm\infty. \quad (6)$$

На рис. 1, а показано распространение волны ( $\vec{E}, \vec{H}$ ) с волновым вектором  $\vec{k} = (\cos\beta_x, \cos\beta_y, \cos\beta_z)$  в периодической магнитной 3D-наноструктуре. Внешнее постоянное магнитное поле  $\vec{H}_0$  приложено в направлении  $\vec{H}_0 = (H_0 \cos\alpha_x, H_0 \cos\alpha_y, H_0 \cos\alpha_z)$ , где  $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z$  – углы между вектором  $\vec{H}_0$  и координатными осями.

Волновой процесс в периодической 3D-наноструктуре в направлении вектора  $\vec{k}$  представим как сумму пространственных гармоник (5)

$$\begin{aligned} \vec{E}(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{E}_n(\xi, \eta) \exp(-i\Gamma_n \zeta), \\ \vec{H}(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{H}_n(\xi, \eta) \exp(-i\Gamma_n \zeta) \end{aligned}$$

с постоянными распространения

$$\Gamma_n = v + \frac{2\pi n}{\Lambda}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm\infty.$$

Значение постоянной распространения нулевой пространственной гармоники  $\Gamma_0 = v$  ( $n = 0$ ) является неизвестным и подлежит определению.

Электромагнитное поле  $\vec{E}_0, \vec{H}_0$  волны, распространяющейся в периодической 3D-наноструктуре (рис. 1, б), согласно теореме Флоке [4], может быть представлено в виде:

$$\begin{cases} \vec{E}(x+a, y, z) = \vec{E}(x, y, z) \exp(-i\varphi_x), \\ \vec{H}(x+a, y, z) = \vec{H}(x, y, z) \exp(-i\varphi_x), \\ \vec{E}(x, y+b, z) = \vec{E}(x, y, z) \exp(-i\varphi_y), \\ \vec{H}(x, y+b, z) = \vec{H}(x, y, z) \exp(-i\varphi_y), \\ \vec{E}(x, y, z+c) = \vec{E}(x, y, z) \exp(-i\varphi_z), \\ \vec{H}(x, y, z+c) = \vec{H}(x, y, z) \exp(-i\varphi_z), \end{cases} \quad (7)$$

где  $\varphi_x = \Gamma_n a \cos\beta_x, \varphi_y = \Gamma_n b \cos\beta_y, \varphi_z = \Gamma_n c \times \cos\beta_z; \beta_x, \beta_y, \beta_z$  – углы ориентации волнового вектора  $\vec{k} = (\cos\beta_x, \cos\beta_y, \cos\beta_z)$ , определяющие направление распространения волнового процесса.

Выделим в периодической 3D-наноструктуре элементарную ячейку с геометрическими размерами  $a, b, c$  (рис. 1, б) и представим ее как ФАБ (рис. 1, в), содержащий диэлектрические наносферы и магнитные наночастицы [6].

Для дескриптора ФАБ в виде матрицы проводимости  $\mathbf{Y}$  [3]

$$\mathbf{b} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{a}, \quad (8)$$

где векторы  $\mathbf{a}$  и  $\mathbf{b}$  составлены соответственно из коэффициентов  $a_{n(\beta)}$  и  $b_{k(\alpha)}$  ( $\alpha, \beta = 1, 2, \dots, 6$ ;  $k, n = 1, 2, \dots, \infty$ ) рядов Фурье, условия теоремы Флоке (7) принимают следующий вид:

$$\begin{cases} a_{n(4)} = a_{n(1)} \exp(-i\varphi_x), \\ a_{n(5)} = a_{n(2)} \exp(-i\varphi_y), \\ a_{n(6)} = a_{n(3)} \exp(-i\varphi_z), \\ b_{k(4)} = b_{k(1)} \exp(-i\varphi_x), \\ b_{k(5)} = b_{k(2)} \exp(-i\varphi_y), \\ b_{k(6)} = b_{k(3)} \exp(-i\varphi_z), \end{cases} \quad (9)$$

Подставляя (9) в (8), получаем характеристическое уравнение для определения постоянных распространения  $\Gamma_n$ -волн в 3D-периодической наноструктуре (магнитном 3D-нанокompозите на основе опаловой матрицы):

$$\Delta(\Gamma_n) = \left| \mathbf{Y}_{AA} - \mathbf{H}^{-1} \cdot \mathbf{Y}_{BA} + \mathbf{Y}_{AB} \cdot \mathbf{H} - \mathbf{H}^{-1} \cdot \mathbf{Y}_{BB} \cdot \mathbf{H} \right| = 0, \quad (10)$$

где  $\Delta(\Gamma_n)$  – определитель матрицы;  $\mathbf{Y}_{AA}$ ,  $\mathbf{Y}_{BA}$ ,  $\mathbf{Y}_{AB}$ ,  $\mathbf{Y}_{BB}$  – клетки матрицы проводимости ФАБ  $\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{AA} & \mathbf{Y}_{AB} \\ \mathbf{Y}_{BA} & \mathbf{Y}_{BB} \end{pmatrix}$  ( $A$  и  $B$  – индексы входных сечений ФАБ  $S_1, S_2, S_3$  и  $S_4, S_5, S_6$  соответственно);  $\mathbf{H} = (\mathbf{h}_x, \mathbf{h}_y, \mathbf{h}_z)$  – диагональная матрица с элементами:  $h_{x(lj)} = -i\delta_{lj}\Gamma_n a \cos \beta_x$ ,  $h_{y(lj)} = -i\delta_{lj}\Gamma_n b \cos \beta_y$ ,  $h_{z(lj)} = -i\delta_{lj}\Gamma_n c \cos \beta_z$ .

Определяем постоянную распространения  $\Gamma_0 = v$  ( $n = 0$ ) нулевой пространственной гармоники (постоянные распространения  $\Gamma_n$  высших пространственных гармоник можно получить из (6)).

В характеристическое уравнение (10) входят клетки  $\mathbf{Y}_{AA}$ ,  $\mathbf{Y}_{BA}$ ,  $\mathbf{Y}_{AB}$ ,  $\mathbf{Y}_{BB}$  матрицы проводимости  $\mathbf{Y}$  ФАБ, содержащего диэлектрические наносферы и магнитные наночастицы. Поэтому на основе (10) можно провести электродинамический анализ постоянных распространения волн в магнитных 3D-нанокompозитах из опаловых матриц. Для этого необходимо использовать вычислительный алгоритм определения матрицы проводимости  $\mathbf{Y}$  ФАБ, содержащего диэлектрические  $\text{SiO}_2$ -наносферы и магнитные наночастицы, разработанный в [6] на основе решения краевой задачи дифракции для системы уравнений Максвелла (2) с электродинамическими граничными условиями совместно с уравнением Ландау–Лифшица, в котором учитывается поле

обменного взаимодействия. Решение краевой задачи дифракции для уравнений электродинамики (2) с условием неасимптотического излучения на гранях ФАБ получено проекционным методом Галеркина [6].

### 3. Методика определения и расчет компонентов тензора эффективной магнитной проницаемости 3D-нанокompозита из опаловой матрицы

Введем тензор эффективной магнитной проницаемости магнитного 3D-нанокompозита, который является тензором второго ранга:

$$\tilde{\mu}^\Sigma = \begin{pmatrix} \mu^\Sigma & -i\mu_\alpha^\Sigma & 0 \\ i\mu_\alpha^\Sigma & \mu^\Sigma & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z^\Sigma \end{pmatrix}, \quad (11)$$

и эффективную диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon^\Sigma$ , являющуюся скалярной величиной.

В этом случае компоненты  $\mu^\Sigma$ ,  $\mu_\alpha^\Sigma$  тензора эффективной магнитной проницаемости (11) и эффективная диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon^\Sigma$  определяются из решения системы уравнений:

$$\Gamma_\Sigma^+ = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon^\Sigma (\mu^\Sigma + \mu_\alpha^\Sigma)}, \quad (12a)$$

$$\Gamma_\Sigma^- = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon^\Sigma (\mu^\Sigma - \mu_\alpha^\Sigma)}, \quad (12б)$$

$$\Gamma_\parallel^\Sigma = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon^\Sigma \mu_z^\Sigma}, \quad (12в)$$

$$\Gamma_\perp^\Sigma = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon^\Sigma \mu_0 \frac{(\mu^\Sigma)^2 - (\mu_\alpha^\Sigma)^2}{\mu^\Sigma}}, \quad (12г)$$

где  $\Gamma_\Sigma^+$ ,  $\Gamma_\Sigma^-$  – постоянные распространения продольных правополяризованной и левополяризованной волн, распространяющихся в неограниченной гиромангнитной среде в направлении постоянного поля подмагничивания  $\vec{H}_0 = H_0 \vec{z}_0$ ;  $\Gamma_\parallel$ ,  $\Gamma_\perp$  – постоянные распространения поперечных обыкновенной и необыкновенной волн, распространяющихся в направлении, перпендикулярном полю подмагничивания  $\vec{H}_0 = H_0 \vec{x}_0$ ;  $\mu_z = 1$  [7].

Система уравнений (12a)–(12г) относительно неизвестных  $\mu$ ,  $\mu_\alpha$ ,  $\varepsilon$  (параметров сплошной гиромангнитной среды) является совместной, т. е., как известно [7], имеет решение, притом единственное. В этом случае искомые значения трех неизвестных  $\mu$ ,  $\mu_\alpha$ ,  $\varepsilon$  можно определить из аналитического решения уравнений (12a)–(12г), отбросив одно из уравнений, например (12в) (при этом единственность решения не нарушается).

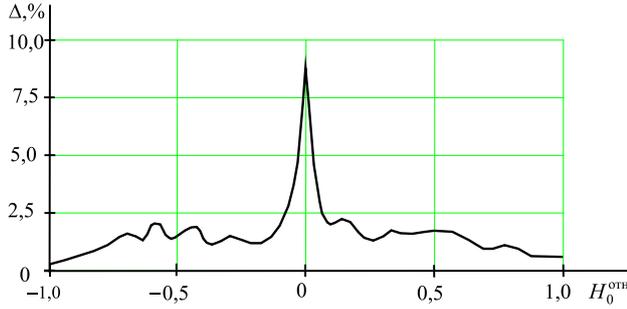


Рис. 2. Относительная погрешность определения эффективных электромагнитных параметров  $\mu^\Sigma$ ,  $\mu_\alpha^\Sigma$ ,  $\varepsilon^\Sigma$  при изменении  $\Gamma_\Sigma^+$ ,  $\Gamma_\Sigma^-$ ,  $\Gamma_\parallel^\Sigma$ ,  $\Gamma_\perp^\Sigma$  в зависимости от относительной величины  $H_0^{\text{отн}} = (H_0 - H_r) / H_r$

Для магнитного 3D-нанокompозита вводим эффективные электромагнитные параметры  $\mu^\Sigma$ ,  $\mu_\alpha^\Sigma$ ,  $\varepsilon^\Sigma$ . Тогда для рассматриваемого случая система уравнений (12а)–(12г) является квазисовместной относительно неизвестных  $\mu^\Sigma$ ,  $\mu_\alpha^\Sigma$ ,  $\varepsilon^\Sigma$ .

Квазисовместная система уравнений (12а)–(12г) имеет решение относительно  $\mu^\Sigma$ ,  $\mu_\alpha^\Sigma$ ,  $\varepsilon^\Sigma$ , если выполняется условие

$$(\Gamma_\perp^\Sigma)^2 - \frac{2(\Gamma_\Sigma^+)^2(\Gamma_\Sigma^-)^2}{(\Gamma_\Sigma^+)^2 + (\Gamma_\Sigma^-)^2} = 0. \quad (13)$$

В этом случае значения  $\mu^\Sigma$ ,  $\mu_\alpha^\Sigma$ ,  $\varepsilon^\Sigma$  определяются из (12а)–(12г) следующим образом:

$$\begin{cases} \mu^\Sigma = \frac{(\Gamma_\Sigma^+ / k_0)^2 + (\Gamma_\Sigma^- / k_0)^2}{2\varepsilon^\Sigma}, \\ \mu_\alpha^\Sigma = \frac{(\Gamma_\Sigma^+ / k_0)^2 - (\Gamma_\Sigma^- / k_0)^2}{2\varepsilon^\Sigma}, \\ \varepsilon^\Sigma = (\Gamma_\parallel^\Sigma / k_0)^2, \end{cases} \quad (14)$$

где  $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ .

Значения  $\mu^\Sigma$ ,  $\mu_\alpha^\Sigma$ ,  $\varepsilon^\Sigma$ , определенные из решения квазисовместной системы уравнений (12а)–(12г), будут лишь с некоторой точностью удовлетворять условию (13).

На рис. 2 представлены результаты расчета относительной погрешности  $\Delta, \%$  совместной выполнимости условия (13) для  $\Gamma_\Sigma^+$ ,  $\Gamma_\Sigma^-$ ,  $\Gamma_\parallel^\Sigma$ ,  $\Gamma_\perp^\Sigma$  (невязки квазисовместной системы уравнений (12а)–(12г)) в зависимости от относительной величины  $H_0^{\text{отн}} = (H_0 - H_r) / H_r$ , где  $H_0$  – напряженность внешнего постоянного магнитного поля;  $H_r$  – магнитное поле ферромагнитного резонанса.

По этой точности можно судить о степени правомерности введения предлагаемой модели расчета эффективных электромагнитных параметров  $\mu^\Sigma$ ,  $\mu_\alpha^\Sigma$ ,  $\varepsilon^\Sigma$  для магнитного 3D-нанокompозита – наноструктурированной гиромангнитной среды как квазисплошной.

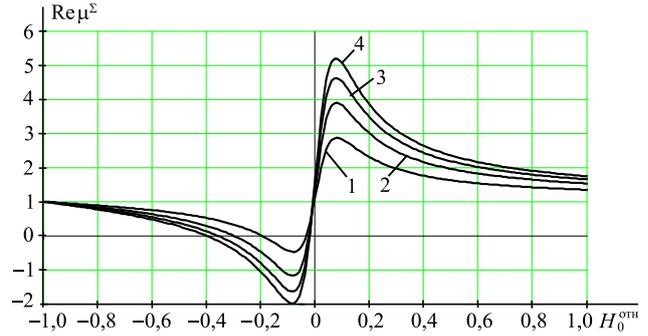


Рис. 3. Зависимости действительной части  $\text{Re} \mu^\Sigma$  диагональной компоненты  $\mu_1^\Sigma$  тензора эффективной магнитной проницаемости от относительной величины постоянного магнитного поля  $H_0^{\text{отн}} = (H_0 - H_r) / H_r$  при различном числе  $N$  учитываемых в модели магнитных наночастиц:  $f = 26$  ГГц;  $\text{SiO}_2$ -наносферы ( $r = 100$  нм,  $\varepsilon_v = 4,6 - 4 \cdot 10^{-4}$  магнитные наночастицы  $\text{Ni}_{0,7}\text{Zn}_{0,3}\text{Fe}_2\text{O}_4$  ( $4\pi M_S = 5000$  Гс,  $\alpha = 0,08$ ,  $\varepsilon = 9,5 - i0,3$ ); кривая 1 –  $N = 1$ ,  $d = 50$  нм; кривая 2 –  $N = 3$ ,  $d = 35$  нм; кривая 3 –  $N = 4$ ,  $d = 31$  нм; кривая 4 –  $N = 5$ ,  $d = 29$  нм

Наибольшая погрешность наблюдается в точке ферромагнитного резонанса и составляет порядка 8,7%. Отметим, что при больших погрешностях ( $\Delta > 50 \%$ ) возможность введения тензора эффективной магнитной проницаемости в виде (11) для описания электродинамических свойств нанокompозита как квазисплошной среды весьма проблематична.

#### 4. Результаты электро-динамического расчета

На основе развитой методики из характеристического уравнения (10) рассчитаны постоянные распространения продольных  $\Gamma_\Sigma^+$ ,  $\Gamma_\Sigma^-$  и поперечных  $\Gamma_\parallel$ ,  $\Gamma_\perp$  волн (нулевой пространственной гармоники  $\Gamma_0 = v$ ), и в результате решения системы уравнений (12а)–(12г) относительно неизвестных  $\mu^\Sigma$ ,  $\mu_\alpha^\Sigma$ ,  $\varepsilon_1^\Sigma$  получены комплексные значения эффективных электромагнитных параметров – компонент  $\mu^\Sigma$ ,  $\mu_\alpha^\Sigma$ , тензора эффективной магнитной проницаемости и эффективной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon^\Sigma$ .

На рис. 3 показаны результаты математического расчета зависимости действительной части  $\text{Re} \mu^\Sigma$  диагональной  $\mu_1^\Sigma$ -компоненты тензора эффективной магнитной проницаемости 3D-магнитного нанокompозита на основе опаловой матрицы от относительной величины постоянного магнитного поля  $H_0^{\text{отн}} = (H_0 - H_r) / H_r$  на частоте  $f = 26$  ГГц ( $H_r = 9180$  Э).

Кривые (1–4) на рис. 2 получены при различном числе  $N$  учитываемых в модели магнитных наночастиц сферической геометрии диаметра  $d$  (кривая 1 –  $N = 1$ ,  $d = 50$  нм; кривая 2 –  $N = 3$ ,  $d = 35$  нм; кривая 3 –  $N = 4$ ,  $d = 31$  нм; кри-

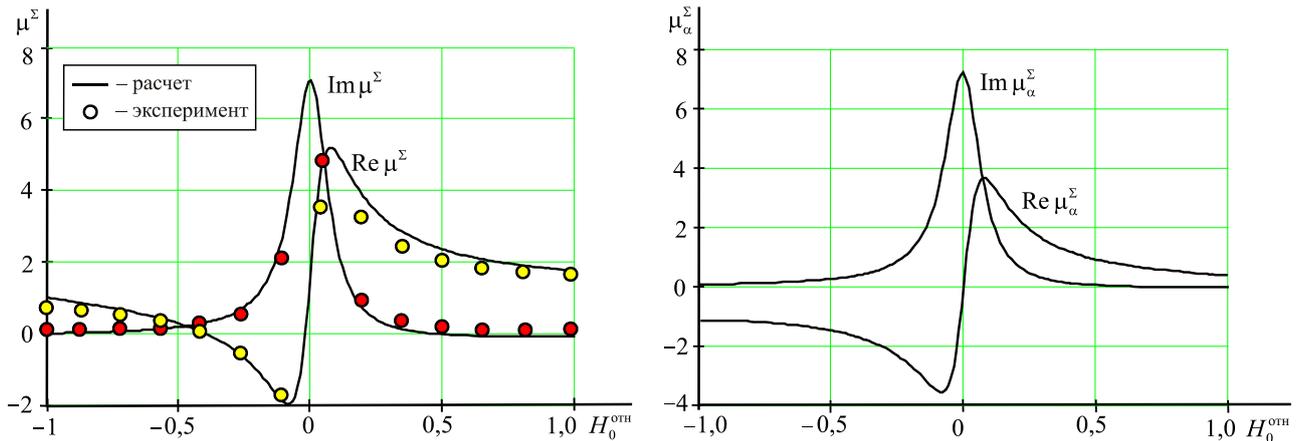


Рис. 4. Расчетные зависимости действительной и мнимой частей диагональной  $\mu^\Sigma$ - и недиагональной  $\mu_\alpha^\Sigma$ -компонент тензора эффективной магнитной проницаемости магнитного 3D-нанокompозита от относительной величины постоянного магнитного поля  $H_0^{\text{отн}} = (H_0 - H_r) / H_r$ :  $f = 26$  ГГц,  $N = 5$ ,  $d = 29$  нм [5]

вая 4 –  $N = 5$ ,  $d = 29$  нм) при учете фактора заполнения магнитным компонентом полости опаловой матрицы как постоянной величины.

Магнитный 3D-нанокompозит на основе опаловой матрицы из диэлектрических наносфер  $\text{SiO}_2$  (радиус наносфер  $r = 100$  нм, относительные комплексная диэлектрическая и магнитная проницаемости  $\epsilon_v = 4,6 - 4 \cdot 10^{-4}$ ,  $\mu_v = 1$ ); в модели октаэдрические межсферные полости (рис. 1, в) заполнены  $N$  магнитными наночастицами; материал наночастиц  $\text{Ni}_{0,7}\text{Zn}_{0,3}\text{Fe}_2\text{O}_4$  (намагниченность насыщения  $4\pi M_S = 5000$  Гс, константа обменного взаимодействия  $\mu_0 q = 2,2 \cdot 10^{-9}$  Э · см<sup>2</sup>, параметр диссипации  $\alpha = 0,08$ , комплексная диэлектрическая проницаемость  $\hat{\epsilon} = 9,5 - i0,3$ ).

Как показывает анализ результатов (рис. 3), при увеличении числа ( $N = 1 \div 5$ ) учитываемых в модели магнитных наносфер с уменьшением их геометрических размеров ( $d = 50 \div 29$  нм) и сокращении расстояния между ними до длины обменного взаимодействия последнее начинает играть доминирующую роль и эффективная магнитная проницаемость нанокompозита возрастает (кривые 3, 4).

На рис. 4 представлены результаты расчета зависимостей действительной и мнимой частей диагональной  $\mu^\Sigma$ - и недиагональной  $\mu_\alpha^\Sigma$ -компонент тензора эффективной магнитной проницаемости магнитного нанокompозита от относительной величины постоянного магнитного поля  $H_0^{\text{отн}} = (H_0 - H_r) / H_r$ , где для сравнения приведены также экспериментальные зависимости [8]. При этом эффективная диэлектрическая проницаемость магнитного нанокompозита практически не изменяется и имеет значение, равное  $\epsilon_\Sigma = 4,87 - i0,03$ .

Наилучшее совпадение результатов моделирования с экспериментом наблюдается в модели, учитывающей наибольшее из рассмотренных число магнитных наночастиц  $N = 5$  с минимальным диаметром ( $d = 29$  нм) в полостях опаловой матрицы.

## Заключение

Разработанная электродинамическая модель магнитных 3D-нанокompозитов из опаловых матриц и методики определения компонентов тензора эффективной магнитной проницаемости являются основой создания компьютерных методов анализа электродинамических свойств нового класса магнитных наноструктурных материалов. Эффективные параметры в модели сплошной среды для описания наносистем применимы, когда отклик наноматериалов на воздействие электромагнитной волны можно представить как отклик однородной среды (с помощью эффективных проницаемостей), если размеры частиц и расстояния между ними существенно меньше, чем длина волны.

Обоснованное введение эффективных параметров и полученные результаты электродинамического расчета компонентов тензора эффективной магнитной проницаемости и эффективной диэлектрической проницаемости магнитного нанокompозита позволяют существенно упростить математические расчеты устройств СВЧ.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований грант № 12-02-97025-р\_поволжье\_a.

### Список литературы

1. Нанокompозиты на основе опаловых матриц с 3D-структурой, образованной магнитными наночастицами / А.Б. Ринкевич [и др.] // Технология и конструирование в электронной аппаратуре. 2008. № 4. С. 55–63.
2. Голованов О.А., Макеева Г.С. Метод автономных блоков с магнитными нановключениями и каналами Флоке для математического моделирования магнитных наноструктур с учетом обмена и граничных условий // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54. № 12. С. 1421–1428.
3. Никольский В.В., Никольская Т.И. Декомпозиционный подход к задачам электродинамики. М.: Наука, 1983. 297 с.
4. Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1978. 543 с.
5. Никольский В.В. Вариационные методы для задач дифракции // Известия ВУЗов. Радиофизика. 1977. Т. 20. № 1. С. 5.
6. Голованов О.А., Макеева Г.С., Чиркина М.А. Электродинамический анализ распространения электромагнитных волн в 3D-магнитных нанокompозитах на основе опаловых матриц // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2010. № 2. С. 126–135.
7. Гуревич А.Г., Мелков Г.А. Магнитные колебания и волны. М.: Наука, 1994.
8. Anomalous magnetic antiresonance and resonance in ferrite nanoparticles embedded in opal matrix / V.V. Ustinov [et al.] // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. 2012. V. 324. P. 78–82.

---

## Electrodynamic model and method of calculation of the effective permeability tensor for 3D-magnetic opal-based nanocomposites at microwaves

*O.A. Golovanov, G.S. Makeeva, A.A. Efimov, M.A. Chirkina*

The electrodynamic model of wave processes in 3D magnetic opal nanocomposites is developed by using the decomposition approach on autonomous blocks with Floquet channels. The method for determining of the effective permeability tensor of 3D opal magnetic nanocomposite is developed by solving the system of quasi-simultaneous equations and the relative error for the calculation of effective parameters as parameters of a quasi-bulk continuum is determined.

The results of calculation of the real and imaginary parts of the diagonal and off-diagonal components of the effective permeability tensor of the  $\text{Ni}_{0.7}\text{Zn}_{0.3}\text{Fe}_2\text{O}_4$  particles-containing magnetic opal as a function of DC magnetic field were obtained at a frequency  $f = 26$  GHz taking into account the different number of ferromagnetic spherical nanoparticles, filling the octahedral  $\text{SiO}_2$  opal void regions, for the constant value of the filling factor. The results of simulation show agreement with the experimental data.

*Keywords:* electrodynamic model, autonomous blocks, Floquet channels, effective permeability, 3D-nanocomposite, opal matrix.

---