2012 г. *Том 15, № 4*

Физика волновых процессов и радиотехнические системы

УДК 537.876.6

Интегральное представление электромагнитного поля геометрически киральной структуры

В.А. Капитонов[1], *В.А. Неганов*[2], *И.Ю. Марсаков*[2], *Д.П. Табаков*[2]

[1] ФГУП ГНПРКЦ «ЦСКБ-Прогресс»
443009, Российская Федерация, г. Самара
ул. Земеца, 18

[2] Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики
443010, Российская Федерация, г. Самара
ул. Л. Толстого, 23

Статья посвящена интегральным и интегро-дифференциальным представлениям электромагнитного поля, являющимся основой строгого и корректного описания электродинамических процессов. С их помощью получено интегральное представление электромагнитного поля тонкопроволочной структуры и построена математическая модель геометрически киральной структуры, состоящей из произвольного числа соосно расположенных разомкнутых тонкопроволочных колец. Учтено взаимодействие между кольцами. Показан механизм дискретизации интегральных представлений. Приведены численные результаты в случае возбуждения структуры плоской линейно поляризованной электромагнитной волной.

Ключевые слова: киральность, метаструктура, интегральное уравнение, интегральное представление электромагнитного поля, тонкопроволочное приближение, некорректные задачи.

Введение

Киральность – свойство живого (или неживого) объекта не совмещаться со своим отображением в плоском зеркале при каком-либо перемещении и вращении [1]. Если киральность структуры в целом связана с зеркальной асимметрией элементов, входящих в ее состав, то метаматериал называется физически киральным. Если киральность связана с зеркально асимметричным расположением самих элементов-композитов, образующих структуру, то метаматериал геометрически киральный. Примеры физически киральных элементов приведены на рис. 1, *а–в*. Пример геометрически киральной структуры (элемента), построенной на основе разомкнутых колец, представлен на рис. 1, *г*.

Как правило, исследование киральных сред осуществляется с помощью феноменологической теории, материальные уравнения которой имеют вид [2]:

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \mp i\chi\vec{H}, \quad \vec{B} = \mu\vec{H} \pm i\chi\vec{E}. \tag{1}$$

В данных выражениях верхние знаки соответствуют киральной среде на основе спиралей с правой закруткой, а нижние знаки – среде на основе левовинтовых спиралей. Константа χ называется параметром киральности. Достоинством исследования киральных структур с помощью феноменологических уравнений является относительная простота аналитических выводов. Но здесь следует отметить некоторые существенные недостатки:

- усредненный характер уравнений;
- сложность определения параметра киральности для конкретной среды;
- сложность определения зависимости параметра киральности от частоты;
- малость размеров киральных элементов в сравнении с длиной волны;
- расстояние между элементами должно быть соизмеримо с длиной волны, что позволяет пренебречь их взаимодействием.

Таким образом, область применения феноменологических уравнений существенно ограничена. Кроме этого, можно утверждать, что киральные свойства будут более ярко выражены в средах, построенных на основе элементов, соизмеримых с длиной волны. Корректное описание элементов, соизмеримых с длиной волны, возможно только на основе строгого электродинамического подхода. Перечислим его основные достоинства:

- отсутствие необходимости введения параметра киральности;

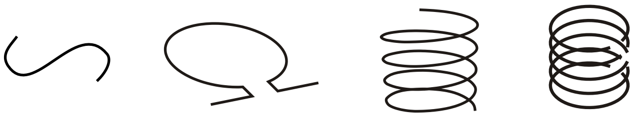

Рис. 1. Физически и геометрически киральные элементы

• снятие ограничения на размер элементов и расстояния между ними;

• корректное описание ближней зоны киральных элементов.

Основным недостатком строгого подхода можно считать сложность численных расчетов и аналитических выводов. Далее рассмотрим решение задачи дифракции на геометрически киральной структуре с помощью интегральных представлений электромагнитного поля (ИП ЭМП).

В [3] описан алгоритм получения геометрически киральной структуры с помощью комбинаций плоских квадратиков, в [4] он обобщен на случай разомкнутых колец, которые используются для построения метаматериалов [5]. В [6] построена корректная электродинамическая модель структуры, состоящей из двух разомкнутых колец. Приведены распределения тока и диаграммы рассеяния структуры. В данной статье на основе ИП ЭМП тонкопроволочной структуры произведено обобщение модели на случай произвольного числа колец, приведена система интегральных уравнений (ИУ) для определения неизвестных токов и представлены результаты численного решения внутренней и внешней электродинамической задачи.

1. Интегральные представления электромагнитного поля

Полный электродинамический анализ излучающей (переизлучающей) структуры предполагает:

• решение внутренней электродинамической задачи − определение токов на поверхности структуры при заданных граничных условиях;

• решение внешней электродинамической задачи − расчет электромагнитного поля (ЭМП) в необходимых точках пространства с помощью определенных ранее токов.

Как правило, в практических расчетах используется несамосогласованная постановка задачи [7], т. е. расчет ЭМП осуществляется в приближении заданных токов. Токи на излучающей поверхности задаются исходя из физических соображений и могут представлять собой, к примеру, бегущую либо стоячую волну. Следствием такого подхода чаще всего являются некорректность определения ЭПМ в ближней зоне структуры, отсутствие предельного перехода от поля ближней зоны к токам на излучающей поверхности и невыполнение на ней граничных условий.

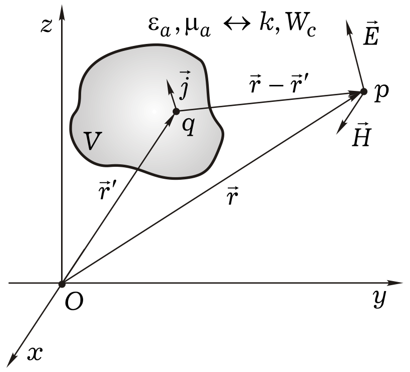

Рис. 2. К интегральным представлениям электромагнитного поля

Эти проблемы автоматически снимаются при использовании в основе электродинамического анализа интегрального (ИП) либо интегро-дифференциального (ИДП) представления ЭМП. ИП ЭМП определяет связь ЭМП в заданной точке пространства с токами излучающей структуры и фактически полностью описывает ее с точки зрения электродинамики. В случае задания граничных условий на поверхности структуры ИП переходит в интегральное уравнение либо систему интегральных уравнений для определения неизвестных токов.

Таким образом, ИП ЭМП является удобным инструментом для построения математических моделей и полного электродинамического анализа излучающих структур. Наиболее часто встречающиеся в литературе ИП ЭМП записываются в виде [8]:

$$\vec{E} = \frac{W_c}{ik}(k^2\vec{A} + \vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\cdot\vec{A})); \quad \vec{H} = \vec{\nabla}\times\vec{A}. \tag{2}$$

Здесь: $\vec{E}$, $\vec{H}$ − векторы напряженностей электрического и магнитного полей; $W_c = \sqrt{\mu_a / \varepsilon_a}$ − волновое сопротивление среды; $k = \omega\sqrt{\varepsilon_a\mu_a} = 2\pi / \lambda$ − волновое число; ε_a и μ_a − соответственно абсолютная диэлектрическая и абсолютная магнитная проницаемости среды; ω − круговая частота; λ − длина волны;

$$\vec{A}(\vec{r}) = \int_V \vec{j}(q)G(\vec{r},\vec{r}')dV$$

− векторный электрический потенциал $\vec{A}$ в точке наблюдения p, создаваемый объемной плотностью тока $\vec{j}$; $\vec{r}(p) = \vec{r}$ − радиус-вектор, проведенный точку наблюдения; q – точка источника; $\vec{r}(q)=\vec{r}'$ – радиус-вектор, проведенный в точку источника (рис. 2). Интегрирование производится по точкам источника q, находящимся в объеме V. Выражение

$$G(\vec{r},\vec{r}')=\frac{\exp(-ikR(\vec{r},\vec{r}'))}{4\pi R(\vec{r},\vec{r}')}$$

называется функцией Грина свободного пространства,

$$R(\vec{r},\vec{r}')=\left|\vec{r}-\vec{r}'\right| \qquad (3)$$

– расстояние между точкой источника и точкой наблюдения.

Недостатком ИП (2) можно считать наличие дифференциальных операторов, имеющих достаточно сложный вид в различных системах координат, что существенно усложняет аналитические выводы при построении ИП ЭМП конкретных излучающих структур.

В следующем разделе статьи дается вывод интегро-дифференциального представления ЭМП, содержащего только оператор дивергенции, применяющийся к источникам поля. Это представление проще в использовании, чем представление (2).

2. Интегро-дифференциальное представление электромагнитного поля

Получим интегро-дифференциальное представление ЭМП. Вводя скалярный потенциал

$$\Phi(\vec{r})=\int_V\frac{\rho(q)}{\varepsilon_k}G(\vec{r},\vec{r}')dV,$$

в котором ρ – объемная плотность заряда, используя уравнение непрерывности

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{j}+i\omega\rho=0$$

и калибровку Лоренца

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A}+\frac{ik}{W_c}\Phi=0,$$

первое выражение (2) можно привести к виду

$$\vec{E}=-ikW_c\vec{A}-\vec{\nabla}\cdot\Phi, \qquad (4)$$

где

$$\Phi(\vec{r})=-\frac{W_c}{ik}\int_V(\vec{\nabla}_q\cdot\vec{j}(q))G(\vec{r},\vec{r}')dV.$$

Индекс «q» означает применение оператора набла к точке источника. Известно [9], что градиент от функции Грина можно определить как:

$$\vec{\nabla}_p\cdot G=-(\vec{r}-\vec{r}')\frac{ikR+1}{R^2}G. \qquad (5)$$

Индекс «p» означает применение оператора набла к точке наблюдения. Ротор векторного потенциала $\vec{A}$ определяется следующим образом [9]:

$$\vec{\nabla}\times\vec{A}(\vec{r})=\int_V((\vec{r}-\vec{r}')\times\vec{j}(q))B(\vec{r},\vec{r}')dV, \qquad (6)$$

здесь:

$$B=-\frac{ikR+1}{R^2}G.$$

Подставляя (5) в (4) и переписывая второе выражение (2) с учетом (6), получаем интегро-дифференциальное представление электромагнитного поля, создаваемого электрическим током $\vec{j}$, находящимся в объеме V:

$$\vec{E}(\vec{r})=\frac{W_c}{ik}\int_V(\vec{j}(q)k^2G(\vec{r},\vec{r}')-$$
$$-(\vec{\nabla}_q\cdot\vec{j}(q))(\vec{r}-\vec{r}')B(\vec{r},\vec{r}'))dV; \qquad (7)$$
$$\vec{H}(\vec{r})=\int_V((\vec{r}-\vec{r}')\times\vec{j}(q))B(\vec{r},\vec{r}')dV.$$

Данное представление полностью эквивалентно представлению (2), но не содержит дифференциальных операторов, применяющихся к точке наблюдения.

3. Интегральное представление электромагнитного поля тонкопроволочной структуры

Используем полученные выражения (7) для вывода интегрального представления ЭМП тонкопроволочной структуры.

ТПС представляет собой идеально проводящую бесконечно тонкую металлическую трубку радиуса a и длиной L, произвольно расположенную в пространстве и не имеющую самопересечений (рис. 3, *а*). Считается, что объемная плотность тока $\vec{j}$, определеная лишь на образующей ТПС и возникающая под действием стороннего электрического поля $\vec{E}^{(in)}$, имеет только продольную составляющую, поэтому ее можно записать в виде

$$\vec{j}(q)=\frac{\vec{l}_0(\vec{r}(l))}{2\pi a}I(l)\delta(\vec{r}'-\vec{r}(l)), \qquad (8)$$

здесь $\vec{l}_0(\vec{r}(l))$ – единичный вектор касательной на образующей L, описывающейся радиус-вектором $\vec{r}(l)$; определяется как

$$\vec{l}_0(\vec{r}(l))=\frac{d\vec{r}(l)}{dl},$$

$l\in[l_b,l_e]$ – натуральный параметр на образующей (в дальнейшем l будем также называть продольной координатой, l_b – координатой начала ТПС, l_e – координатой ее конца); $I(l)$ – распределение тока по образующей; $\delta(x)$ – дельта-функция. Также предполагается, что при любых значениях l радиус a много меньше радиуса кривизны $\rho(l)=\left|d\vec{l}_0(l)/dl\right|$.

На поверхности идеально проводящей трубки выполняются граничные условия для продольных компонент поля:

$$\vec{l}_0(\vec{r}(l)) \cdot (\vec{E}^{(in)}(s) + \vec{E}(s)) = 0.$$

Вектор $\vec{E}^{(in)}$ создается сторонними ЭМП различного рода, вектор $\vec{E}$ – объемной плотностью тока на структуре. Данное условие можно ослабить, требуя выполнения граничного условия не на поверхности трубки, а на ее образующей:

$$\vec{l}_0(\vec{r}(l)) \cdot (\vec{E}^{(in)}(\vec{r}(l)) + \vec{E}(\vec{r}(l))) = 0. \qquad (9)$$

Для $I(l)$ справедливо граничное условие на концах проводника:

$$I(l_b) = I(l_e) \equiv 0,$$

поэтому имеет место тождество, вытекающее из формулы интегрирования по частям:

$$\int_L \frac{dI(l)}{dl} K(l) dl = -\int_L I(l) \frac{dK(l)}{dl} dl.$$

Подставляя (8) в интегро-дифференциальные представления ЭМП (7), с учетом последнего выражения получаем интегральное представление ЭМП от тока $I(l)$, протекающего по образующей L ТПС:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \int_L I(l') \vec{K}_a^F(\vec{r}, \vec{r}(l)) dl', \quad F \equiv E, H; \qquad (10)$$

здесь:

$$\vec{K}_a^E(\vec{r}, \vec{r}(l)) = \frac{W_c}{ik}\left(\vec{l}_0(l') k^2 G_a(\vec{r}, \vec{r}(l')) + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial}{\partial l'}((\vec{r} - \vec{r}(l')) B_a(\vec{r}, \vec{r}(l')))\right);$$

$$\vec{K}_a^H(\vec{r}, \vec{r}(l)) = ((\vec{r} - \vec{r}(l')) \times \vec{l}_0(l')) B_a(\vec{r}, \vec{r}(l')),$$

– ядра интегральных представлений,

$$F_a(\vec{r}, \vec{r}(l')) = F(R_a(\vec{r}, \vec{r}(l'))), \quad F \equiv G, B$$

– компоненты ядер,

$$R_a(\vec{r}, \vec{r}(l')) = \sqrt{\left|\vec{r} - \vec{r}(l')\right|^2 + a^2}$$

– регуляризированное расстояние между точкой источника и точкой наблюдения; в качестве параметра регуляризации выступает радиус a провода. В случае подстановки граничного условия (9) в (10) при $F \equiv E$ получается известное интегральное уравнение для определения тока произвольной тонкопроволочной структуры, приведенное, например, в [10].

Для упрощения дальнейших выводов будем записывать ИП в компактной форме:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}_a(\vec{r}; \vec{r}(l), I), \quad F \equiv E, H, \qquad (11)$$

где явно указываются параметры представления – распределение тока I, образующая ТП-структуры $\vec{r}(l)$ и радиус провода a. В дальнейшем индекс a при отсутсвии в нем необходимости будем опускать.

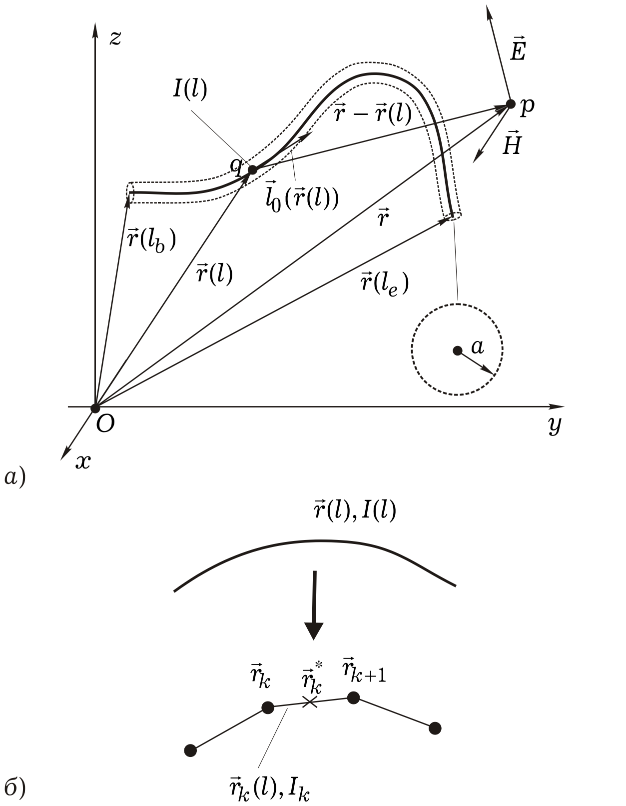

Рис. 3. Тонкопроволочная структура (*а*) и линеаризация ее образующей (*б*)

4. Дискретизация интегральных представлений электромагнитного поля тонкопроволочной структуры

При численном моделировании гораздо удобнее работать с дискретными моделями, поэтому осуществим дискретизацию интегральных представлений (10).

Пусть $\vec{r}(l)$ – радиус-вектор образующей ТПС, $l \in [l_b, l_e]$; $L = l_e - l_b$ – длина образующей. Разобьем образующую на сегменты длиной Δ (рис. 3, *б*). Если число сегментов равно N_s, то $\Delta = L / (N_s + 1)$. Введем индексы:

$$k = 1, \ldots, N_s; \quad k' = 1, \ldots, N_s + 1.$$

В данных обозначениях $l_{k'} = \Delta(k' - 1)$ – значения натурального параметра на границе $k-1$ и k-го сегментов, $\vec{r}_{k'} = \vec{r}(l_{k'})$ – соответствующий радиус-вектор, $l_k^* = l_k + \Delta / 2$ – значение натурального параметра в центре k-го сегмента, $\vec{r}_k^* = \vec{r}(l_k^*)$ – соответствующий радиус-вектор. Осуществляя линеаризацию образующей, уравнение сегмента можно записать следующим образом:

$$\vec{r}_k(l) = \vec{r}_k^* + \vec{l}_{0k} l; \quad l \in [l_k^* - \Delta/2, l_k^* + \Delta/2]. \qquad (12)$$

Здесь:

$$\vec{r}_k^* = \frac{\vec{r}_{k+1} + \vec{r}_k}{2}; \quad \vec{l}_{0k} = \frac{\vec{r}_{k+1} - \vec{r}_k}{\Delta}.$$

Далее, полагая, что $\Delta \ll \lambda$, будем считать распределение тока на каждом сегменте равномерным:

$$I(l) = I_k; \quad l \in [l_k^* - \Delta/2, l_k^* + \Delta/2].$$

Подставляя данное выражение и выражение (12) в интегральное представление (10), получаем дискретизированное интегральное представление ЭМП:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \sum_{k=1}^{N_s} I_k \vec{K}_a^{\Delta,F}(\vec{r},\vec{r}_k), \quad F \equiv E, H;$$

здесь:

$$\vec{K}_a^{\Delta,F}(\vec{r},\vec{r}_k) = \int\limits_{l_k^* - \Delta/2}^{l_k^* + \Delta/2} \vec{K}_a^F(\vec{r},\vec{r}_k(l))dl, \quad F \equiv E, H$$

– весовые коэффициенты. В дальнейшем дискретизированные ИП будем записывать в компактном виде:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}_a^{\Delta}(\vec{r}; \vec{r}_k, I_k); \quad F \equiv E, H, \tag{13}$$

где явно указываются параметры представления – координаты границ сегментов $\vec{r}_k$, значения тока I_k на сегментах, а также длина сегмента Δ и радиус провода a.

5. Интегральное представление поля и система интегральных уравнений

Геометрически киральная структура (рис. 4) представляет собой совокупность N разомкнутых соосно расположенных тонкопроволочных колец, т. е.:

$$L : L_1, L_2, \ldots, L_N,$$

образующая i-го кольца описывается выражением:

$$\begin{aligned} L_i : \vec{r}_i(l) &= \vec{x}_0 R\cos(l/(2\pi) + \xi_i) + \\ &+ \vec{y}_0 R\sin(l/(2\pi) + \xi_i) + \vec{z}_0 h_i, \\ l &\in [-\pi + \alpha; \pi - \alpha], \quad i = 1, \ldots, N, \end{aligned} \tag{14}$$

где α – угловая ширина зазора; ξ_i – константа, задающая пространственную ориентацию зазора i-го кольца; h_i – константа, задающая высоту расположения i-го кольца; R – радиус кольца. Целесообразно положить:

$$\xi_i = \Phi(i-1); \quad h_i = D(i-1) - H/2,$$

где Φ – азимутальный сдвиг между зазорами соседних колец; D – расстояние между соседними кольцами; H – высота структуры (рис. 4). Сдвиг между зазорами первого и последнего кольца

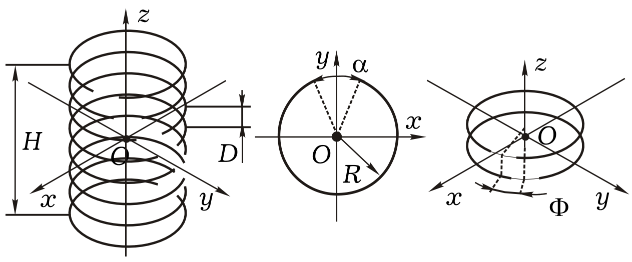

Рис. 4. Геометрически киральная структура

составляет $\phi = \Phi(N-1)$. Предполагается, что радиус проводов, образующих кольца, равен a.

Подставляя (14) в интегральное представление (11), с учетом принципа суперпозиции получаем:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \sum_i \vec{F}(\vec{r}; \vec{r}_i, I_i); \quad F \equiv E, H, \tag{15}$$

Таким образом, (15) представляет собой ИП ЭМП геометрически киральной структуры. В ИП (15) входят неизвестные пока токи I_i. Для их определения используем граничное условие (9) на каждом проводнике структуры. В результате получим систему интегральных уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned} -\vec{l}_0(\vec{r}) \cdot \vec{E}^{in}(\vec{r}) &= \vec{l}_0(\vec{r}) \cdot \sum_i \vec{E}(\vec{r}; \vec{r}_i, I_i); \\ \vec{r} = \vec{r}_j; &\quad i, j = 1, \ldots, N. \end{aligned} \tag{16}$$

Данную систему можно классифицировать как систему ИУ Фредгольма первого рода [11]. Решение подобных ИУ является некорректной математической задачей, т. е. оно может быть неустойчивым. Существует множество методов решения, обладающих определенными регуляризирующими свойствами. Асимптотическая корректность и регуляризирующие свойства некоторых методов рассмотрены в [12]. Наиболее простым и естественным является метод сшивания в дискретных точках [9]. В рамках данного метода выполнение граничного условия типа (9) требуется в центрах сегментов. Введем дополнительные обозначения. Пусть $I_{i,k}$ – значение тока на k-м сегменте i-го элемента, $k = 1, \ldots, N_s$, N_s – число сегментов, Δ – длина сегмента. Устойчивое решение достигается при соблюдении условия $\Delta \geq 4a$, где a – радиус проводника [12].

С учетом введенных обозначений система линейных алгебраических уравнений для определения значений токов на сегментах легко получается из дискретизированных интегральных представлений ЭМП (4) на основе компактных представлений (13):

$$-\vec{l}_0(\vec{r})\cdot\vec{E}^{in}(\vec{r}) = \vec{l}_0(\vec{r})\cdot\sum_i \vec{E}_a^{\Delta}(\vec{r};\,\vec{r}_{i,k},\,I_{i,k});$$
$$\vec{r} = \vec{r}^{\,*}_{j,k}, \quad i,j = 1,\ldots,N, \quad k = 1,\ldots,N_s. \tag{17}$$

6. Результаты численного моделирования

Возбуждение геометрически кирального элемента осуществлялось плоской линейно поляризованной электромагнитной волной (ПЭМВ), электрический вектор которой можно записать следующим образом:

$$\vec{E}^{in}(\vec{r}) = \vec{p}_0 E_0 \exp(-i\vec{k}\vec{r} + \psi), \tag{18}$$

где $\vec{k} = \vec{k}_0 k$ – волновой вектор; $\vec{k}_0$ – единичный волновой вектор; k – волновое число; E_0 – амплитуда волны; $\vec{p}_0$ – единичный вектор поляризации; ψ – начальная фаза. Преполагалось, что $E_0 = 1$ В/м, $\psi = 0$.

Вначале была рассмотрена структура, состоящая из трех колец (рис. 5, *а*). Параметры структуры: $\alpha = \pi / 6$, $\phi = \pi$, $N_s = 50$, $R / D = 1$, $R / \lambda = 0.2$. ПЭМВ падала вдоль оси Ox и имела горизонтальную поляризацию, т. е. $\vec{p}_0 = \vec{y}_0$. $\vec{k}_0 = \vec{x}_0$. Результаты расчета распределения тока на кольцах представлены на рис. 5, *б–г*. Нормированные диаграммы рассеяния показаны на рис. 6–7. Видно, что на данной частоте, близкой к резонансной частоте колец, структура рассеивает ПЭМВ в направлении, перпендикулярном направлению ее распространения. На диаграммах: F_θ – нормированная θ-составляющая электрического поля, F_φ – нормированная φ-составляющая электрического поля, $F_\Sigma = \sqrt{\left|F_\theta\right|^2 + \left|F_\varphi\right|^2}$ – общее нормированное поле. Нормировка осуществлялась к максимальному значению суммарного поля $F_\Sigma^{(\max)}$ отдельно для каждой диаграммы.

Далее была рассмотрена структура, состоящая из 5 колец, возбуждаемая ПЭМВ, падающей против оси Oz и поляризованной вдоль оси Oy, т. е. $\vec{p}_0 = \vec{y}_0$, $\vec{k}_0 = -\vec{z}_0$. Параметры структуры: $\alpha = \pi / 24$, $\phi = \pi$, $N_s = 50$, $R / D = 1$. Расчет был произведен для случаев $R / \lambda = 0.2$ и $R / \lambda = 0.3$.

При $R / \lambda = 0.2$ наблюдается отражение ПЭМВ от структуры и наличие кроссполяризационной составляющей F_φ. При $R / \lambda = 0.3$ отражение от структуры достаточно слабое, а уровень кроссполяризационной составляющей незначителен, что может быть связано с волноводным эффектом, возникающим в структуре.

Заключение

Таким образом, в статье приведено интегро-дифференциальное представление электромагнитного поля, на основе которого получено интегральное представление поля произвольной

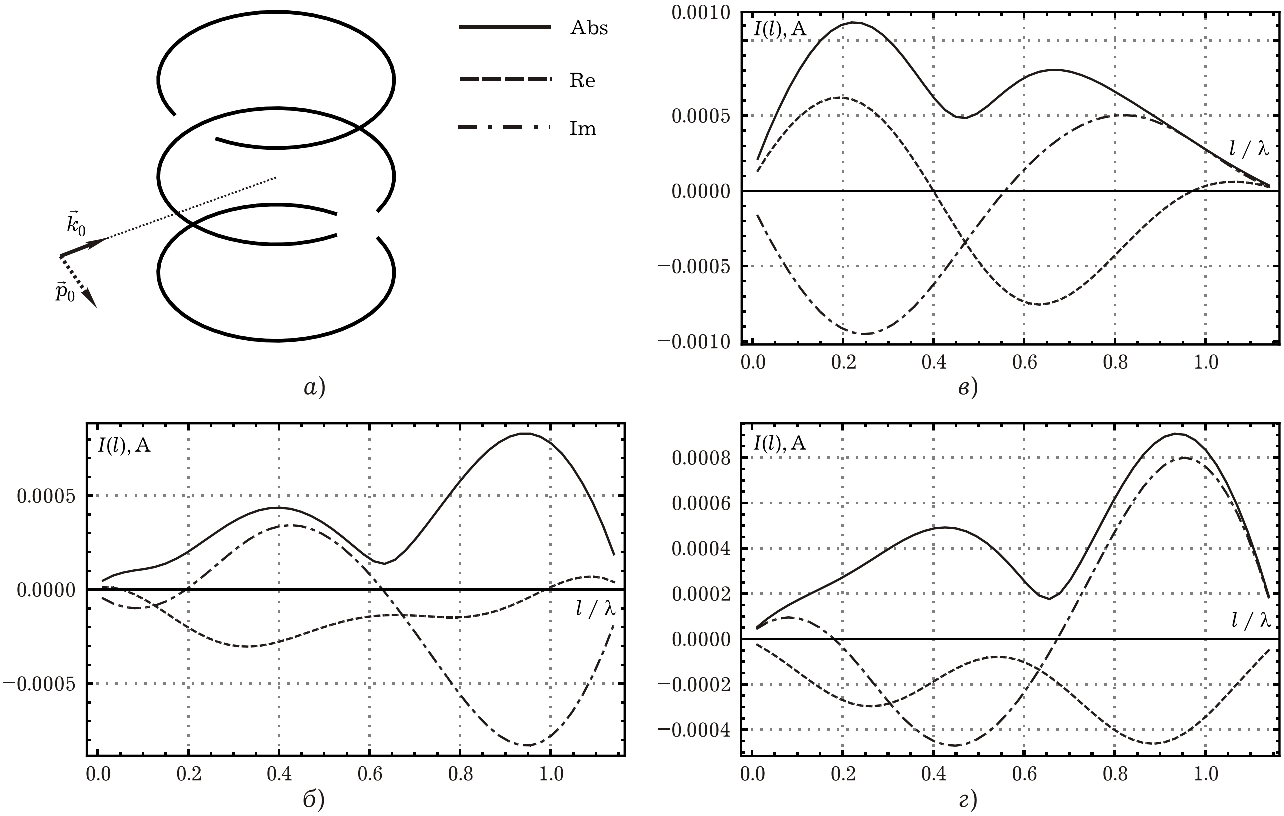

Рис. 5. Геометрия модели (*а*) и распределения токов на первом (*б*), втором (*в*) и третьем (*г*) кольцах

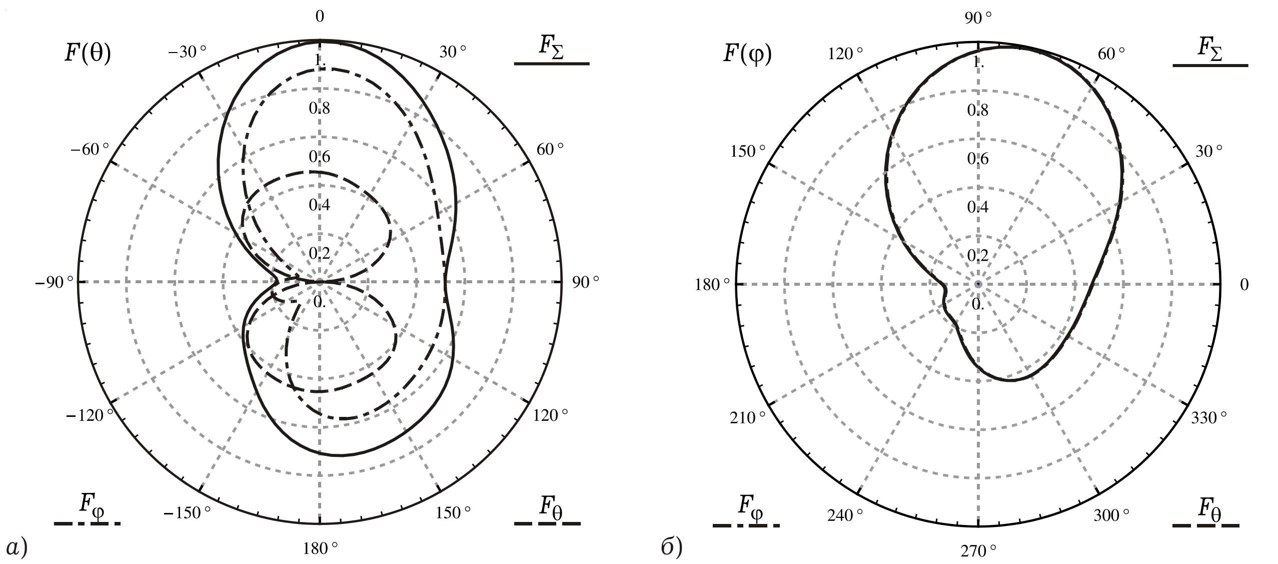

Рис. 6. Нормированные диаграммы рассеяния в меридианной (a, $\varphi = 0$) и азимутальной ($б$) плоскостях

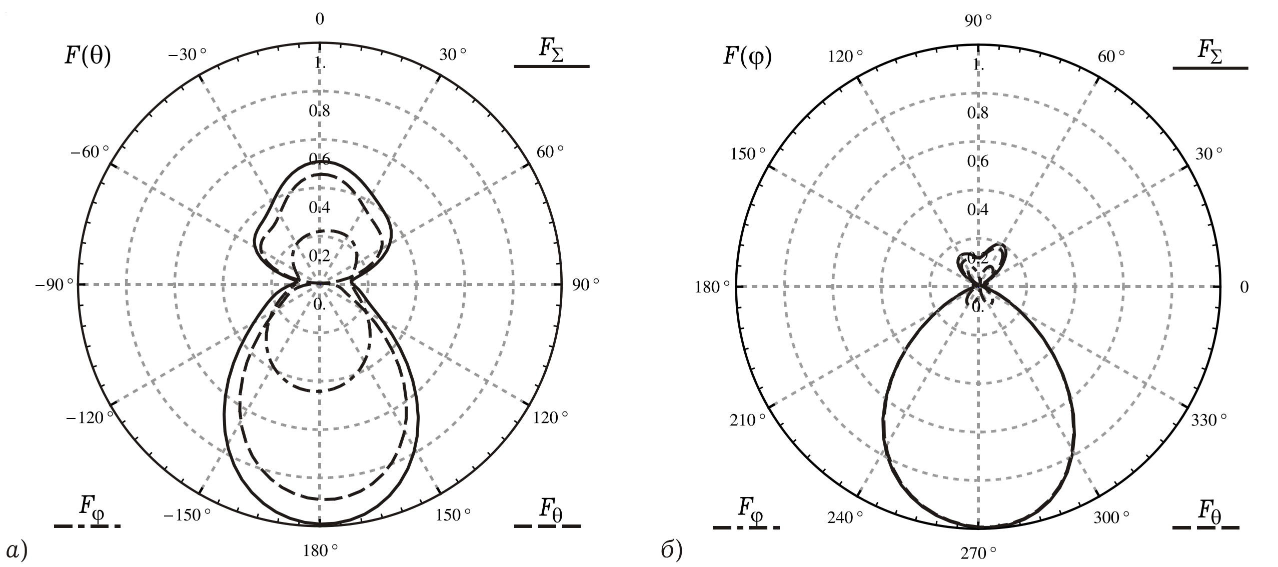

Рис. 7. Нормированные диаграммы рассеяния в меридианной плоскости при $R / \lambda = 0.2$ (a) и $R / \lambda = 0.3$ ($б$)

тонкопроволочной структуры. Затем с помощью данного представления построена математическая модель геометрически киральной структуры, состоящей из произвольного числа соосно расположенных разомкнутых тонкопроволочных колец, возбуждаемой плоской линейно поляризованной электромагнитной волной.

Подобный подход избавляет от необходимости использования феноменологических материальных уравнений (1), оперирующих параметром киральности χ, а также снимает ограничения, накладываемые на размеры киральных элементов и расстояния между ними. Так, киральная среда, построенная на основе элементов, соизмеримых с длиной волны, с точки зрения феноменологической теории будет обладать, во-первых, существенно большим значением параметра киральности χ, а во-вторых, значение параметра χ будет иметь более ярко выраженную зависимость от длины волны.

Решение внутренней электодинамической задачи сведено к постановке граничных условий и рассмотрению интегральных представлений на элементах структуры. С математической точки зрения это соответствует системе интегральных уравнений Фредгольма первого рода, записанных относительно неизвестных токов на тонкопроволочных элементах. Описан механизм дискретизации интегральных представлений и уравнений, заключающийся в сегментации тонкопроволочных элементов. Решение уравнений Фредгольма является некорректной математической задачей, поэтому устойчивость решения обеспечивается выполнением условия $\Delta > 4a$, где

Δ – длина сегмента; a – радиус провода. Результаты численного моделирования приведены для двух конфигураций геометрически киральной структуры. Показано, что в структуре возможно возникновение осевого и однонаправленного рассеяния.

Список литературы

1. Физический энциклопедический словарь / под ред. А.М. Прохорова. М.: Большая российская энциклопедия, 1995. 928 с.
2. Неганов В.А., Осипов О.В. Отражающие, волноведущие и излучающие структуры с киральными элементами. М.: Радио и связь, 2006.
3. Новый класс искусственных геометрически киральных 3D-структур / Ю.В. Гуляев [и др.] // ДАН. 2008. Т. 420. № 1. С. 42–45.
4. Неганов В.А., Табаков Д.П., Градинарь И.М. Самосогласованный подход к электродинамическому анализу киральных структур // Антенны. 2009. Вып. 8 (147). С. 3–11.
5. Кисель В.Н., Лагарьков А.Н. Электродинамические модели тонкослойных метаматериалов и устройства на их основе // Радиотехника и электроника. 2009. Т. 54. № 5. С. 531–540.
6. Градинарь И.М., Неганов В.А. Дифракция плоской электромагнитной волны на двух разомкнутых кольцах // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2011. Т. 14. № 2. С. 531–540.
7. Неганов В.А. Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики. М.: Сайнс-Пресс, 2008. 450 с.
8. Неганов В.А., Табаков Д.П., Яровой Г.П. Современная теория и практические применения антенн / под ред. В.А. Неганова. М.: Радиотехника, 2009. 720 с.
9. Вычислительные методы в электродинамике / под ред. Р. Митры; пер с англ. под ред. Э.Л. Бурштейна. М.: Мир, 1977. 487 с.
10. Mei K.K. On the integral equations of thin wire antennas // IEEE Trans. on Ant. and Prop. 1965. AP-13. P. 374–378.
11. Неганов В.А., Нефедов Е.И., Яровой Г.П. Электродинамические методы проектирования устройств СВЧ и антенн / под ред. В.А. Неганова. М.: Радио и связь, 2002. 416 с.
12. Стрижков В.А. Математическое моделирование электродинамических процессов в сложных антенных системах // Математическое моделирование. 1989. Т. 1. № 8. С. 127–138.

Integral representation of the electromagnetic field geometrically chiral structure

V.A. Kapitonov, V.A. Neganov, I.Yu. Marsakov, D.P. Tabakov

The article is devoted to integral and integro-differential representation electromagnetic field, which is the basis of strict and accurate description of electrodynamic processes. Based on these representations to obtain an integral representation of the electromagnetic field of thin wire structure and the mathematical model is geometrically chiral structure consisting of an arbitrary number of coaxially located open rings. The interaction between the rings is accounted and sampling mechanism integral representations is showed.The numerical results are submitted in excitation of the structure of a plane linearly polarized electromagnetic wave.

Keywords: chirality, metastructure, integral equation, integral representation of the electromagnetic field, thin wire approximation, ill-posed problems.